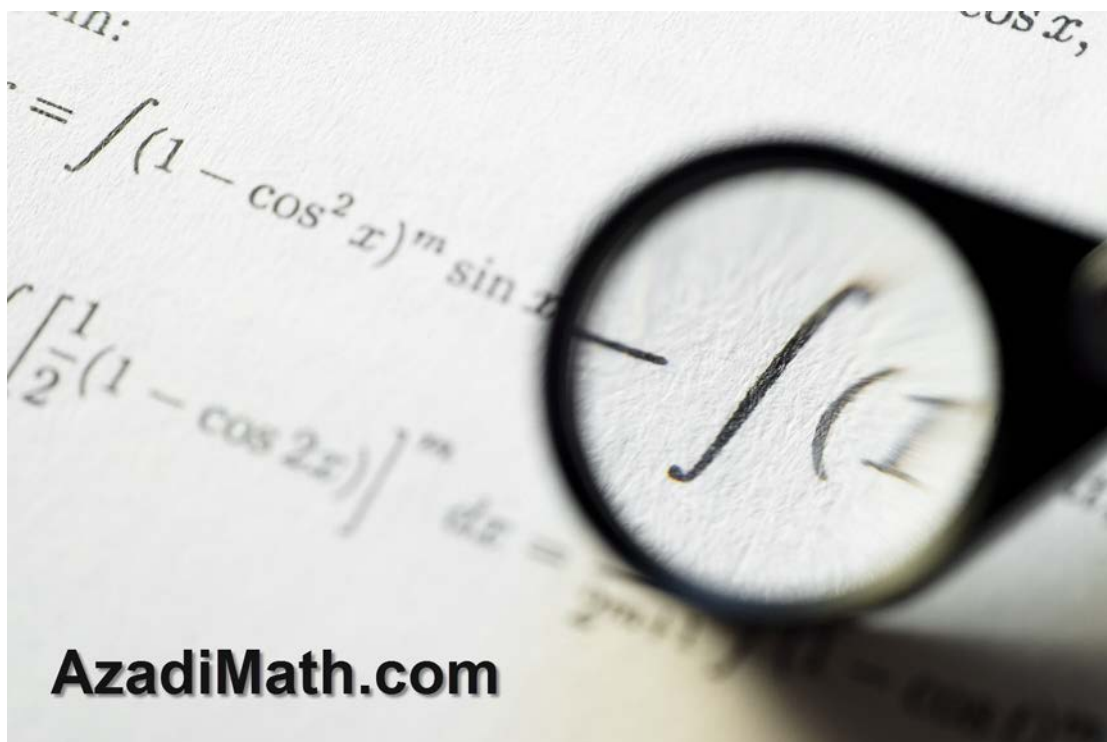


نمونه سوالات معادلات دیفرانسیل

دانشگاه آزاد کرج



AzadiMath.com

مسائل زیر را حل کنید: (۵ نمره)

$$1) e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$$

$$2) (x^2 + 2xy + y^2)dy - (x^2y + 2y^2 + y^3)dx = 0$$

$$3) 2xydx + (4y + 9x^2)dy = 0$$

۱. اگر $y(x) = \sec x$ جواب خصوصی معادله $y' = 2 \tan x \sec x - y^2 \sin x$ باشد، جواب عمومی

آن را بیابید. (۲ نمره)

$$1) y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$$

$$2) y'' - 3y' + y - 2y = 0$$

۳. مسائل زیر را حل کنید: (۵ نمره)

$$3) y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$$

۴. معادله زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$2x^2y'' - 4xy' + 4y = 2x^3 \ln x$$

$$1) \mathcal{L} (e^{-t} t \sin 2t)$$

$$2) \mathcal{L}^{-1} \left(e^{-2s} \ln \frac{s-2}{s+3} \right)$$

۵. تبدیلات زیر را بیابید. (۲ نمره)

$$\begin{cases} y'' - y' - 3x' = 0 \\ y - x' - 3x = 0 \end{cases}$$

۶. دستگاه زیر را با تبدیل لاپلاس حل کنید. (۲ نمره)

$$x(0) = 2, y(0) = 2, y'(0) = -1$$

$$y'' + 2y' + 3y = g(t)$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 1$$

۷. معادله زیر را با تبدیل لاپلاس حل کنید. (۲ نمره)

$$g(t) = \begin{cases} \cos t & 0 \leq t < \pi \\ 0 & t > \pi \end{cases}$$

موفق باشید.

۱. هر یک از معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

$$1) y' = \frac{x+y-3}{x-y-1}$$

$$2) y' + y^2 - 2x^2y = 2x - x^4 \quad y_1(x) = x^2$$

$$3) (2xy \ln y) dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}) dy = 0$$

۲. سیدها قائم بر خانواده‌ی یک دایره‌ای مستقیم‌های $x^2 + y^2 = 2cx$ را پیدا کنید. (۲ نمره)

۳. معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

$$1) y^{(4)} - 14y'' = 0$$

$$2) y'' + 4y = 2x \sin x$$

$$3) y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^2}$$

۴. در صورتی که $y_1 = \frac{\sin x}{x}$ یک جواب خصوصی از معادله‌ی $xy'' + 2y' + 2y = 0$ باشد، جواب

عمومی آن را پیدا کنید. (۲ نمره)

۵. مقدار $\int_0^{\infty} \frac{\cos 3x - \cos x}{x} dx$ را به کمک تبدیلات لاپلاس پیدا کنید. (۵، ۱ نمره)

$$\bar{f}'\left(\ln \sqrt{\frac{s^2+1}{s+3}}\right)$$

۶. تبدیل زیر را پیدا کنید: (۵، ۱ نمره)

۷. معادله زیر را به کمک تبدیلات لاپلاس حل کنید. (۳ نمره)

$$x'' + 4x = g(t)$$

$$x(0) = 0, x'(0) = 1$$

$$g(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

موفق باشید *

هر یک از معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

۱) $y' = \frac{xy}{x^2 - y^2}$

۲) $(2xy + 2x^2y^3)y' = 1$ ۳) $y' = xy + y^2$

نکته: در معادله زیر عامل آنرا الگوریتمی به شکل $\mu = \mu(x^2 - y^2)$ دارد پس آنرا حل کنید: (۲ نمره)

$$(x^2 + y^2 + 1)dx - 2xy dy = 0$$

معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

۱) $yy'' = 2y'^2$

۲) $y'' - 4y' = 3x^2 + e^{2x}$

۳) $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$

۲. معادله زیر را حل کنید: (۲ نمره)

$$x^2 y'' + 3xy' + 2y = x \ln x$$

۵. تبدیلات زیر را پیدا کنید: (۳ نمره)

$$\mathcal{L} \left(U_{\pi}(x) \cos x + \int_0^x e^{-t} \frac{\sin t}{t} dt \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left(e^s \operatorname{Arctg} \frac{1}{s} + \frac{1}{s(s+1)} \right)$$

۴. معادله زیر را حل کنید: (۳ نمره)

$$y(t) - e^t = \int_0^t y(t) e^{t-x} dx$$

موفق باشید

۱. معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

۱) $y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$

۲) $y' \sin x + y \cos x = x^2 + 1$ ۳) $y = (y')^2 + 2(y')^3$

۲. برای معادله زیر یک عمل انتگرال ساز به فرم $y = x^\alpha y^\beta$ پیدا کنید و آن را حل کنید. (۲ نمره)

$$\left(y + \frac{y^2}{\sin x}\right) dx + (2x + y) dy = 0$$

۳. معادلات زیر را حل کنید: (۵ نمره)

۱) $x y'' + y' = 1$
($x > 0$)

۲) $y''' + 4y'' - y' - 4y = 2e^x$ ۳) $y'' + y = \sec x$
($-\pi/4 < x < \pi/4$)

۴. معادله زیر را حل کنید: (۲ نمره)

$$x^2 y'' - 2x y' + 2y = (\ln x)^3$$

۵. تبدیلات زیر را پیدا کنید: (۲ نمره)

۱) $\mathcal{L}(t^3 e^{-rt} \sin \sqrt{r} t)$

۲) $\mathcal{L}^{-1}\left(\ln\left(\frac{s^2+4}{s^2-5}\right)\right)$

۶. معادله‌ی انتگرال زیر را حل کنید: (۲ نمره)

$$y' - 2y - 3 \int_0^x y(t) dt = 8 u_{\mu}(x) \quad y(0) = 0$$

۷. دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} x' = 2x - 4y \\ y' = y - 2x \end{cases} \quad \begin{matrix} x(0) = 8 \\ y(0) = 3 \end{matrix}$$

موفق باشید.

$$1) x(1+y^2)dx + y(1+x^2)dy = 0$$

$$2) (ye^{xy} + 2x)dx + (xe^{xy} + 3y^2)dy = 0$$

۳. معادلات زیر را حل کنید:

$$1) (y + \frac{y^2}{5x})dx + (2x + y)dy = 0$$

$$3) y' + (\frac{1}{x} \tan x) y = \frac{\sec x}{4y^3}$$

۲. برای معادله‌های زیر یک عامل آنالیز ساز به فرم

۲. معادلات زیر را حل کنید:

$$1) y^{(4)} + y'' + y = 0$$

$$2) x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^2$$

۴. اگر $y_1 = x^2$ یک جواب خصوصی از معادله $(x^3 + x)y'' - (3x^2 + 1)y' + 4xy = 0$ باشد جواب عمومی آن را بیابید. (۲×۵)

۵. تبدیل و تبدیل معکوس لاپلاس‌ها را زیر را بیابید:

$$1) \mathcal{L}(te^{-rt} \sin rt)$$

$$2) \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+1}{s^2(s^2+4)}\right)$$

۶. معادله زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید:

$$\begin{cases} y'' + y = \sin t \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

اول درجت منته ←