



درت (ب) ۱۲۰ دقیقه

۲. منزه

|                     |               |                  |             |
|---------------------|---------------|------------------|-------------|
| نام و نام خانوادگی: | نام درس:      | معماری و معماری: | دوره:       |
| نام استاد:          | نام استاد:    | نام استاد:       | گروه:       |
| تاریخ امتحان:       | تاریخ امتحان: | تاریخ امتحان:    | نوع درس:    |
| مقطع:               | مقطع:         | مقطع:            | نوع امتحان: |
| مقطع:               | مقطع:         | مقطع:            | مقطع:       |

۱- جواب عمومی معادله زیر را بیابید: ۴ منزه

$$y' = \frac{x+3y-5}{-y+x-1} \quad \text{الف} \quad x^2 y'' + 2xy' = x^2 y^3 \quad \text{الف}$$

۲- هرگاه معادله زیر دارای عامل انتگرال باشد، اولاً مقدار  $a$  را بیابید  
ثانیاً معادله را با مقدار  $a$  بدست آورده شده حل کنید. ۲ منزه

$$(ax e^y + 2y) dx + (x + x^2 e^y) dy = 0$$

۳- جواب کلی معادله مرتبه دوم زیر را بیابید. ۴ منزه

$$y'' + y = \tan x \quad \text{الف} \quad x^2 y'' - 2xy' - (y')^2 = 0 \quad \text{الف}$$

۴- بدین مسئله ضرب، فقط جواب خصوص معادله زیر را بیابید. ۳ منزه

$$y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 3x^2$$

۵- با استفاده از لاپلاس

$$\text{الف) معادله انتگرال} \quad y(x) + \int_0^x e^{t-x} y(t) dt = 2x - 3 \quad \text{۲ منزه}$$

$$\begin{cases} y_1'' + y_1' + y_1 = -y_2'' - y_2 + e^t \\ y_2'' + y_2' = -y_1'' + e^{-t} \end{cases} \quad \text{۱- رابطه زیر را حل کنید. ۵ منزه}$$

$$y_1(0) = y_2(0) = 0, \quad y_1'(0) = y_2'(0) = 1$$

$$\text{ج) هرگاه} \quad f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ -2t & 1 \leq t < 2 \\ 5 & t \geq 2 \end{cases} \quad \text{۱- رابطه زیر را حل کنید. ۲ منزه}$$

$$\text{۶- الف) رابطه های معادله تخفیف معادله زیر را بنویسید. ۲ منزه}$$

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 4)y = 0 \quad \text{الف}$$

$$\text{۱- هرگاه} \quad y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad \text{جواب معادله} \quad y'' + xy' = 4y \quad \text{۲ منزه}$$

بسمه تعالی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

نام استاد کلیدیه اساتید تاریخ امتحان ۸۷/۴/۳۰ مدت امتحان ۱۲۰ دقیقه کد درس ۲۲۰۰۳امتحان درس معادلات دیفرانسیل بارم کل نمره ۱۷ رشته کلیدیه رشته‌های فنیدوره نیمسال اول ☐ دوم ☒ دوره آموزش تابستانی ☐ سال تحصیلی ۸۶-۸۷تعداد صفحه سوالات ☐ پاسخ سوالات در: (۱) پاسخنامه ☐ (۲) برگه سوالات ☐ (۳) پاسخنامه های مخصوص سوالات چهارگزینه ☐ می باشد

۱- نشان دهید معادله‌ی  $y' dy - y dx = (x^2 + y^2 - x) dx$  دارای عامل انتگرال بر حسب  $x^2 + y^2$  می باشد و سپس معادله را حل کنید. (۲ نمره)

۲- معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۳ نمره)

$$19x^2 + 2xyy' - xy'^2 = 0$$

(الف)  $y' + \tan y = x \sec y$  (ب)

۳- جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را بدست آورید. (۵ نمره)

$$y''' + y'' + y' = e^x$$

(الف)  $x^2 y'' + xy' + 9y = \sec(3 \ln x)$  (ب)

(ج) اگر  $y = e^x$  یک جواب معادله دیفرانسیل هگن متناظر معادله‌ی

$$(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 + x)y = (x + 1)^2$$

باشد، جواب عمومی معادله‌ی فوق را بدست آورید.

۴- تبدیل لابلاس توابع زیر را بدست آورید. (۱۵ نمره)

$$\int_0^t \frac{1 - \cos 3t}{t} dt$$

(الف)  $t e^{-3t} \sin 2t$  (ب)

۵- معکوس هر یک از تبدیلات زیر را بیابید. (۱۵ نمره)

$$\frac{2}{s^2 + 4} e^{-\frac{\pi}{4}s}$$

(الف)  $t g^{-1} \frac{1}{3}$  (ب)

۶- به کمک تبدیل لابلاس معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۱۵ نمره)

$$y'' + 2y' + y = t e^{-t}$$

$$y(0) = 1, y'(0) = -2$$

۷- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲۵ نمره)

$$\begin{cases} x'' = -2x - y + v e^{-t} \\ y'' = -x - 2y + 5 e^{-t} \end{cases}$$

موفق باشید گروه علوم پایه



بسمه تعالی  
دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی  
اداره امتحانات



سؤالات امتحانی پایان ترم نیمسال تابستان: 90-91

نام و نام خانوادگی:

مقطع تحصیلی: کارشناسی

رشته تحصیلی: کلیه رشته های فنی و مهندسی

اساتید: گروه علوم پایه

وقت: 02:00 ساعت

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تاریخ امتحان: 13/06/91 - 08:30

تعداد سوال: 10

تعداد صفحه سوالات: یک

مجموع بارم از 20

| ردیف | ضمناً نمرات در سایت <a href="http://stu.iauctb.ac.ir">stu.iauctb.ac.ir</a> اعلام خواهد شد و دانشجویان جهت مشاهده نمرات و اعتراض به این سایت مراجعه نمایند.  | با<br>رم |
|------|---|----------|
| 1    | آزمایش نشان می دهد آهنگ تلاشی یک ماده رادیواکتیو متناسب با مقدار ماده موجود است. هر گاه در ابتدای آزمایش ( $t=0$ ) مقدار ماده موجود $x_0$ گرم باشد، با تشکیل معادله دیفرانسیل مربوطه و حل آن رابطه بین مقدار ماده موجود و زمان را بدست آورید. | 1        |
| 2    | الف) مسیرهای متعامد خانواده تک پارامتری $y = ce^{-x}$ از منحنی ها را بیابید.<br>ب) سه عضو از هر دو خانواده (مسیر داده شده و مسیر متعامد) را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.   | 2        |
| 3    | جواب عمومی معادله $(2x - 3y - 8)dx + (x - 2y - 5)dy = 0$ را بدست آورید.   | 2        |
| 4    | جواب عمومی معادله $x^2y'' + 5xy' + 4y = x^{-2}$ را در فاصله $x > 0$ بدست آورید.   | 2        |
| 5    | جواب عمومی معادله $xy'' + (1 - 2x)y' + (x - 1)y = e^x$ را بدست آورید.   | 2        |
| 6    | نقطه منفرد منظم را تعریف کرده و یک جواب سری توانی معادله دیفرانسیل زیر را حول $x = 0$ بیابید.   | 3        |
| 7    | $xy'' + y' + xy = 0$<br>جواب عمومی دستگاه معادلات زیر را بدست آورید.  | 2        |
| 8    | مطلوبست محاسبه<br>الف) $\mathcal{L}(t[t])$ ب) $\mathcal{L}^{-1}((\frac{s}{s^2+4})^2)$   | 2        |
| 9    | معادله دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.  | 2        |
| 10   | معادله انتگرالی $y(0) = y'(0) = 0$<br>$y'' - 3y' + 2y = \begin{cases} \sin t + \cos t, & t < \frac{\pi}{4} \\ \cos t, & t \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$ را با شرط $g(0) = 1$ حل کنید.   | 2        |