



به نام خدا

سئوالات امتحانی پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹
دانشکده فنی واحد تهران جنوب

نام درس: معادلات دیفرانسیل	نام استاد: کلیه اساتید	کد درس: ۳۰۳۸	گروه آموزشی: ریاضی
تاریخ امتحان: ۸۸/۱۱/۷	مدت امتحان: ۲ ساعت	نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ سایر موارد	
استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیر مجاز ■	یه پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■	پارم سئوالات	
۱- معادلات زیر را حل کنید:			
۴ نمره	(i) $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$, $y(0) = 1$	(ii) $y' \sin y = (1 - x \cos y) \cos y$	
۱ نمره	(iii) $y' = xp^2 + p^3$, ($p = y'$) خاص		
۲ نمره	۲- معادله مسیرهای قائم (متعامد) بر دسته منحنی های $x = ce^{y^2}$ (c ثابت دلخواه حقیقی است) را بیابید.		
۲ نمره	۳- با فرض $y_1 = \sin(e^x)$ یک جواب خصوصی معادله $y'' - y' + e^{2x}y = 0$ باشد جواب عمومی معادله زیر را بدست آورید.		
۱ نمره	۴- تنها فرم جواب خصوصی معادله $y^{(5)} - y^{(4)} = xe^x - 2x^3$ را بروش ضرایب نامعین (بدون محاسبه ضرایب) بدست آورید.		
۲ نمره	۵- جواب عمومی معادله $y''' + y' = \sin(2x)$ که جواب خصوصی آن بروش اپراتور معکوس محاسبه شود را بیابید.		
۲/۵ نمره	۶- حاصل عبارات زیر را بیابید:		
	(i) $L^{-1} \left[\frac{1}{s} \arctg \left(\frac{1}{s} \right) \right]$ حل مسئله جزوه		
	(ii) مطلوب است محاسبه $L(f(t))$ که در آن:		
	$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ \sin t, & \frac{\pi}{2} \leq t < \pi \\ 0, & t \geq \pi \end{cases}$ حل مسئله جزوه		
۲/۵ نمره	۷- یک جواب به روش سری توانی برای معادله دیفرانسیل $2x^2y'' + x(2x+1)y' - y = 0$ را حول نقطه $x = 0$ بدست آورید.		
۳ نمره	۸- مسئله زیر را بکمک تبدیل لاپلاس حل کنید:		
	$\begin{cases} y'' + 2y' + 3y = \sin(t) + U(t - \pi) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases}$		
	تذکر: کار کلاسی و میان ترم جمعا ۲ نمره		
	موفق و پیروز باشید گروه ریاضی		

eng-hvac.mihanblog.com

گروہ آموزشی: ریاضی

نام استاد: کلیه اساتید

مدرس: معادلات دیفرانسیل

نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ سایر موارد

مدت امتحان: ۲ ساعت

ریخ امتحان: ۹۰/۴/۲۳

السلامة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تفاده از ماسک حشرات محار عس محار

۱- معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید:

$$y = 2xy' + \frac{1}{y'^2} \quad (b) \quad (2xy + 2x^2y^3)y' = 1 \quad (a)$$

۲- معادله دیفرانسیل $2\sin(y^2)dx + xy\cos(y^2)dy = 0$ دارای عامل انتگرال ساز به صورت تابعی از x می باشد. جواب عمومی آن را بیابید.

۳- معادله دیفرانسیل دتمنه منحنی های قائم بر دسته منحنی $x^2 + y^2 = 2cx$ را بیابید.

✓ ۴- جواب عمومی معادله $(1-x^2)y'' + 2xy' = x^3$ را بدست آورید. *با توجه به تغییر نام متغیر در معادله*

5. جواب خصوصی معادله $y^{(4)} + 2y'' + y = \sin x$ را به کمک اپراتور معکوس مشخص کنید. 27 حذر

6- معادله بازگشتی متناظر با جواب تحلیلی معادله $x^2 y'' + x y' + (x^2 - \frac{1}{9}) y = 0$ حول $x = 0$ را بیابید. 92/10/22

۷- اگر $F(s) = L\left(\int_0^t \frac{\cos x - e^x}{x} dx\right)$ باشد مقدار $F(2)$ را بدست آورید.

۸۹. $y'(t) + 2y(t) = f(t)$ اگر
 $y(0) = 1$ و $f(t) = \begin{cases} 1, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{نقاط سایر} \end{cases}$ آنگاه $L(y(t))$ را بیابید. ط ۳۷

eng-hvac.mihanblog.com

■ شمار کلاسی و میان ترم جمعا ۲ نمره

سر بلند باشند
گروه ریاضی



سئوالات امتحانی پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۹۰-۹۱
دانشکده فنی واحد تهران جنوب

مدرس: معادلات دیفرانسیل نام استاد: کلیه اساتید کد درس: ۳۰۳۸ گروه آموزشی: ریاضی
ریخ امتحان: ۹۰/۱۰/۲۹ مدت امتحان: ۲ ساعت نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته □ سایر موارد

سئوالات: ☐ حل مساله ☐ اثبات ☐ تئوری ☐ ترکیبی از موارد فوق

۱- معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید:

(a) $(xy^2 + yx^3)dy - 2dx = 0$ (b) $\sqrt{1+y^2} = xy'$ *مساله ۱/۳*

۲- اگر $\mu = \frac{5}{xy^2}$ عامل انتگرال ساز معادله $(Axy - 2y^2)dx + (3xy - x^2)dy = 0$ باشد A را بدست آورید و سپس به ازای آن معادله را حل کنید.

۳- جواب عمومی معادله $yy'' = 2y'^2 - 2y'$ را بدست آورید. *مساله ۱/۳*

۴- به روش تغییر پارامتر جواب خصوصی معادله $(D^2 - 1)y = \frac{1}{(1+e^{-x})^2}$ را مشخص کنید.

۵- (i) ریشه های معادله مشخصه معادله دیفرانسیل $x^2(x+1)y'' + x(x-4)y' + 4y = 0$ حول $x = -1$ را بیابید.

(ii) اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ جواب معادله $(x^2 + 1)y'' + xy' - 4y = 0$ باشد. یک جواب آن را حول $x = 0$ بیابید.

۶- (i) بکمک تبدیل لاپلاس نشان دهید: $\int_0^{\infty} \frac{\sin at}{t} dt = \frac{\pi}{2}$, $(a > 0)$ *مساله ۱/۳*
(ii) مطلوب است محاسبه: $L^{-1}\left\{\frac{1}{s-2} \ln\left(\frac{s-2}{s+1}\right)\right\}$

۷- اگر $\begin{cases} y'' + y = f(t) + t^3 \sigma(t-2) \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$ که $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ t, & t \geq 1 \end{cases}$ آنگاه $y(t)$ را بیابید.

۸- معادله مسیرهای قائم بر دسته منحنی $y^2 = \frac{x^3}{c-x}$ را بدست آورید.

eng-hvac.mihanblog.com

کار کلاسی و میان ترم جمعا ۲ نمره

سر بلند باشید
گروه ریاضی



سئوالات امتحانی پایان نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۳۹۰-۹۱

دانشکده صنایع واحد تهران جنوب

	<p>نام درس: معادلات دیفرانسیل نام استاد: کلیه اساتید کد درس: ۳۰۳۸ گروه آموزشی: ریاضی</p> <p>تاریخ امتحان: ۹۱/۴/۱۱ مدت امتحان: ۲ ساعت نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته □ سایر موارد</p>
بارم سئوالات	<p>استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیر مجاز □ به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست □</p>
۲ نمره	<p>۱- معادله مسیرهای قائم (متعامد) بر دسته منحنی های $x^2 + 2y = \ln(cy)$ (c ثابت دلخواه حقیقی است) را بیابید.</p>
۴ نمره	<p>۲- معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید:</p> <p>i) $\frac{y}{y'} + \ln(y') = x$ ii) $xy' = y + x^2 \sec\left(\frac{y}{x}\right)$ iii) $y' \cos y - x \sin y = x \sqrt{\sin y}$</p>
۲ نمره	<p>۳- اگر $y_1 = \sqrt{1-x}$ یک جواب معادله دیفرانسیل $y'' + \frac{1}{4(x-1)^2}y = 0$ باشد، جواب مستقل خطی y_2 را بیابید.</p>
۲ نمره	<p>۴- اگر جواب معادله همگن متناظر با معادله دیفرانسیل $(1-x)y'' + xy' - y = 2(x-1)^2 \cdot e^{-x}$ برابر x و e^x باشند، جواب خصوصی معادله را بیابید. <i>تغییر نام مجهول</i></p> <p>$f(x) = 2(1-x)e^{-x}$</p>
۳ نمره	<p>۵- نشان دهید $x_0 = 0$ نقطه غیر عادی معادله دیفرانسیل $4xy'' + 2(1-x)y' - y = 0$ است. سپس یک جواب آن را به روش سری توانی حول $x_0 = 0$ بیابید.</p>
۲ نمره	<p>۶- اگر $F(s) = L\left(\int_0^x \frac{\cos t - e^t}{t} dt\right)$ باشد، مقدار $F(2)$ را بیابید.</p>
۳ نمره	<p>۷- معادله انتگرالی $y' - e^t \int_0^t e^{-u} y''(u) du = y + u_1(t)$ را با شرط $y'(0) = y(0) = 0$ حل کنید.</p>
<p>✓ کار کلاسی و میان ترم جمعا ۲ نمره</p> <p>موفق و پیروز باشید</p> <p>گروه ریاضی</p>	

به نام خدا



سئوالات امتحانی پایان نیمسال تابستان سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰
دانشکده فنی واحد تهران جنوب

نام درس: معادلات دیفرانسیل	نام استاد: کلیه اساتید	کد درس: ۳۰۳۸	گروه آموزشی: ریاضی
تاریخ امتحان: ۹۱/۴/۱۲	مدت امتحان: ۲ ساعت	نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ سایر موارد	
استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیر مجاز ■ به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■			
بارم سئوالات			
۵ نمره	۱ - هر یک از معادلات مرتبه اول زیر را حل کنید. (مورد الف و ب ۱,۵ نمره مورد ج ۲ نمره)		
	$\sqrt{\text{الف}} \quad y' = \frac{y}{x} + 2e^{\frac{-y}{x}} \quad \text{متغیر}$ $\sqrt{\text{ب}} \quad y' = y - xy^2 e^{-2x} \quad \text{تبدیل}$ $\sqrt{\text{ج}} \quad y = -xy' + (y')^2 \quad \text{طرح کرم}$		
۴ نمره	۲ - هر یک از معادلات مرتبه دوم زیر را حل کنید. (هر مورد ۲ نمره)		
	$\sqrt{\text{الف}} \quad y'' + 4y = \sec x \tan x \quad \text{تقسیم بر سینوس}$ $\sqrt{\text{ب}} \quad x^2 y'' + xy' - y = 16x^3 \quad \text{طرح کرم}$		
۱ نمره	۳ - اگر $y_1 = \frac{\sin x}{x}$ یک جواب خصوصی معادله $xy'' + 2y' + xy = 0$ باشد جواب عمومی آن را بیابید. طرح کرم		
	۴ - لاپلاس معکوس تابع زیر را بیابید. طرح کرم		
۱ نمره	۵ - هر یک از معادلات زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید. (هر مورد ۲ نمره)		
۴ نمره	$\sqrt{\text{الف}} \quad y = 1 - \int_0^1 (1-u)y(u)du$ $\sqrt{\text{ب}} \quad \begin{cases} y'' - y' = e^{2x} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$		
۳ نمره	۶ - معادله دیفرانسیل زیر را به روش سری توانی حول $x = 0$ حل کنید. \checkmark		
	$y'' + 3xy' + 3y = 0$		
نکته: کار کلاسی و میان ترم جمعا ۲ نمره			
موفق و پیروز باشید گروه ریاضی			

eng-hvac.mihanblog.com

نام درس : معادلات دیفرانسیل	نام استاد : اساتید گروه ریاضی	کد درس : 3038	گروه آموزشی : ریاضی
تاریخ امتحان : 1391/11/8	مدت امتحان : 2 ساعت	نحوه امتحان : ح. ه. یا : □ ح. ه. بسته ■	سوابق موارد
استفاده از ماشین حساب : مجاز □ غیر مجاز ■	به پیوست : برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■	بارم	سئوالات
1. معادلات دیفرانسیل. زیر را حل کنید.			
1.5 نمره	a) $x^2 y' = 3(x^2 + y^2) \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + xy$		
2 نمره	b) $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + \sin(2y)}$ حل کردم		
1.5 نمره	c) $y = 2xy' + \frac{1}{(y')^2}$ مرتبه اول نامش حل کردم		
1.5 نمره	d) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^4$ حل کردم		
1.5 نمره	e) $y''' - y = e^{2x}$ مرتبه 2		
2 نمره	2. اگر $y_1 = \frac{\sin x}{x}$ یک جواب خصوصی معادله همگن $xy'' + 2y' + xy = 0$ باشد، جواب عمومی معادله غیرهمگن $xy'' + 2y' + xy = 1$ را بیابید. غیرهمگن جواب خصوصی هم از دست ندهد. صحت بزره		
1.5 نمره	3. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \int_0^t u^2 e^{-2u} \sin(3u) du$ را بیابید.		
4. معادلات زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.			
1.5 نمره	a) $y = 1 - \int_0^t (t-u)y(u) du$ حل بزره		
2 نمره	b) $\begin{cases} y'' - y = e^{2x} + x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ حل کردم		
3 نمره	5. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' + 3xy' + 3y = 0$ را به روش سری توانی حول $x_0 = 0$ به دست آورید. ✓		
موفق و پیروز باشید		نیکنه: کار کلاسی 2 نمره	

<p>نام درس: معادلات دیفرانسیل نام استاد: اساتید گروه ریاضی کد درس: ۳۰۳۸ گروه آموزشی: ریاضی</p> <p>تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۳/۱۲ مدت امتحان: ۲ ساعت نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ سایر موارد</p>	
<p>استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیر مجاز ■ به پیوست: برگه فرمول صمیمه است □ نیست ■</p>	<p>بازم سؤالات</p>
<p>۱. معادلات دیفرانسیل همگن زیر را حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۲. α و β را بیابید به طوریکه $\mu = x^\alpha y^\beta$ عامل انتگرال‌ساز معادله دیفرانسیل زیر باشد سپس معادله را حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۳. با فرض $y' = p$ جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۴. جواب عمومی هر یک از معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۵. یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۶. هر یک از موارد زیر را بیابید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۷. معادله دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۸. معادله دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۹. معادله دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>۱۰. معادله دیفرانسیل زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.</p>	<p>۲ نمره</p>
<p>موفق و پیروز باشید</p>	<p>کار کلاسی ۲ نمره</p>



سنوالات امتحانی پایان نیمسال اول سال تحصیلی 1392-93
دانشکده صنایع واحد تهران جنوب

نام درس : معادلات دیفرانسیل	نام استاد : اساتید گروه ریاضی	کد درس : 3038	گروه آموزشی : ریاضی
تاریخ امتحان : 1392/10/22	مدت امتحان : 2 ساعت	نحوه امتحان : جزوه باز □ جزوه بسته ■	سایر موارد :
استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیر مجاز ■ به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■			
بارم سنوالات			
1- معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.			
2 نمره	الف) $y' = \frac{x^2 - 2y^2}{xy}$	$y' = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x}$	$\frac{1-3\sqrt{x}}{x}$
2 نمره	ب) $y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x-1}y^2$	$\frac{dx}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x}$	$\frac{dx}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x}$
2 نمره	ج) $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 + 1$	$x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 + 1$	$x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 + 1$
2 نمره	د) $y''' + y'' + y' + y = e^{-x}$	$y''' + y'' + y' + y = e^{-x}$	$y''' + y'' + y' + y = e^{-x}$
2 نمره	2- ابتدا α و β را بیابید به طوریکه $\mu = x^\alpha y^\beta$ عامل انتگرال ساز معادله دیفرانسیل زیر باشد سپس معادله را حل کنید. $y(y^2 + 1)dx + x(y^2 - 1)dy = 0$		
1 نمره	3- هرگاه $y_1(x) = x$ يك جواب خصوصی معادله $y'' + 2xy' - 2y = 0$ باشد جواب عمومی آنرا بیابید.		
1 نمره	4- مطلوب است محاسبه هر يك از موارد زیر: الف) $L^{-1}\left(\frac{e^{-\pi s}}{s^2 + 5s - 1}\right)$ ب) $L\left(\int_0^t e^{-2u} \cos(3u) du\right)$		
2 نمره	5- معادله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید. $y'' + 4y = 2t, \quad y(0) = y'(0) = 0$		
3 نمره	6- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' + 3xy' + 3y = 0$ را به روش سری توانی حول $x_0 = 0$ به دست آورید.		
نکته: کار کلاسی ۲ نمره			
موثق و پیروز باشید			

eng-hvac.mihanblog.com

~~حل سوال 10 و 29~~

$$(x^2+1)y'' + xy' - 4y = 0 \rightarrow \text{در } x=0$$

90, 10, 29

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

جایگزینی

$$(x^2+1) \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + x \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} - 4 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

بیت زیر را به دست آوریم:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^n + \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} 4 a_n x^n = 0$$

باید تمام توانهای x را مساوی کنیم

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} 4 a_n x^n = 0$$

حداکثر توانها را به یکدیگر میزنیم
مقدار n را مساوی میزنیم

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^n + 2a_2 \sum_{n=2}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + \sum_{n=2}^{\infty} n a_n x^n - 4a_0 + 4a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} 4 a_n x^n = 0$$

باید توانها را مساوی کنیم

$$\sum_{n=2}^{\infty} [(n(n-1)) + (n+2)(n+1) + n + 4] a_n x^n + 2a_2 + a_1 + 4a_0 + 4a_1 = 0$$

توانها را مساوی میزنیم

$$2x^2 y'' + x(2x+1)y' - y = 0 \rightarrow dx = x^5$$

88, 11, 7

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

جایگذاری

$$2x^2 \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + x(2x+1) \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

تسویه توان ها

$$x(2x) \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^n + 2a_2 \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n + 2a_1 \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^n + 2a_2 \sum_{n=2}^{\infty} (n+2)(n+1) a_n x^n + \sum_{n=2}^{\infty} n a_n x^n + 2a_1 \sum_{n=2}^{\infty} 2n a_n x^n + \sum_{n=2}^{\infty} n a_n x^n - \sum_{n=2}^{\infty} a_n x^n = 0$$

تسویه توان ها

$$\sum_{n=2}^{\infty} [n(n-1) a_n + (n+2)(n+1) a_n + n a_n + 2n a_n + n a_n - a_n] x^n + 2a_2 + a_1 + 2a_1 + a_1 + a_1 = 0$$

نوشتن ضرایب برابر صفر

eng-hvac.mihanblog.com

$$y'' + 3xy' + 3y = 0 \rightarrow dx \ x = 0$$

92, 10, 22

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

جایگزین می‌کنیم.

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + 3x \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} + 3 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

بیت می‌گذاریم داخل صفر:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

تغییر تمام x ها به یک یا صفر

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

$3a_1 \leftarrow \quad \quad \quad 3a_0 \downarrow$

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + 3a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + 3a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

یکدیگر جمع می‌گذاریم:

$$\sum_{n=1}^{\infty} [(n+2)(n+1) a_{n+2} + 3n a_n + 3a_n] x^n + 2a_2 + 3a_1 + 3a_0 = 0$$

نمایش می‌دهیم که برابر صفر است:

$$4x\ddot{y} + 2(1-x)\dot{y} - y = 0 \rightarrow \text{در } x=0$$

91, 4, 11

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \quad y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, \quad y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

جایگزینی در معادله

$$4x \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + 2(1-x) \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

بیت سیمکا را به دایره آخر می‌رسانیم

$$\sum_{n=2}^{\infty} 4n(n-1) a_n x^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$2a_2 + \sum_{n=2}^{\infty} 4(n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + 2a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} 2n a_n x^{n-2} - \sum_{n=2}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 4n(n-1) a_n x^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

حداکثر به سیمکا می‌رسانیم

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} 4(n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + 2a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - 2a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n x^{n-1} - a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [4(n+2)(n+1) a_{n+2} + 2n a_n + 2n a_n + a_n] x^n + 2a_2 + 2a_0 - 2a_1 + a_0 = 0$$

در این مرحله رابطه را می‌توانیم بنویسیم

$$y'' + 3xy' + 3y = 0 \rightarrow \text{دعویٰ } x = 0$$

92, 10, 22

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}, y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

جائیدادیں مقرر کریں۔

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + 3x \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} + 3 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

تسبیحہ کا راجہ داخل کریں،

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

تساوی تمام x کے لیے درست ہے یا نہیں

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

یہاں $3a_1$ اور $3a_0$ کے اشارے ہیں

$$2a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n + 3a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} 3n a_n x^n + 3a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 3a_n x^n = 0$$

یہاں $3a_1$ اور $3a_0$ کے اشارے ہیں

$$\sum_{n=1}^{\infty} [(n+2)(n+1) a_{n+2} + 3n a_n + 3a_n] x^n + 2a_2 + 3a_1 + 3a_0 = 0$$

نقشہ مقرر کریں

جواب ترمیمات کلاس ۱

۸۸ ، ۱۱ ، ۶

$$y = xP^2 + P^3, (y' = P)$$

$$y = xP^2 + P^3 \Rightarrow y' = 2xP + P^2 = P \Rightarrow x' - \frac{f'(P)}{P-f(P)}x = \frac{g'(P)}{P-f(P)} \Rightarrow x' - \frac{2P}{P-P^2}x = \frac{3P^2}{P-P^2}$$

$$x' + \frac{2}{P-1}x = \frac{3P}{1-P} \rightarrow \mu(P) = e^{\int \frac{2}{P-1} dP} = e^{2\ln(P-1)} \rightarrow x = \frac{1}{\mu(P)} \left(\int \mu(P) \cdot g(P) dP + C \right)$$

$$= e^{\ln(P-1)^2} = (P-1)^2 \rightarrow x = \frac{1}{(P-1)^2} \left(\int (P-1)^2 \frac{3P}{1-P} dP + C \right)$$

$$x = \frac{1}{(P-1)^2} \left(\int 3P - 3P^2 dP + C \right) = \frac{1}{(P-1)^2} \left(\frac{3P^2}{2} - P^3 + C \right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = xP^2 + P^3 \\ x = \frac{1}{(P-1)^2} \left(\frac{3P^2}{2} - P^3 + C \right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{P^2}{(P-1)^2} \left(\frac{3P^2}{2} - P^3 + C \right) \\ x = \frac{1}{(P-1)^2} \left(\frac{3P^2}{2} - P^3 + C \right) \end{cases}$$

جواب پارامتری

4) $L\left[\int_0^t e^{-2u} \cos(3u) du\right]$

$$L\left[\int_0^t e^{-2u} \cos 3u du\right]$$

① $\frac{s}{s^2+9}$
 ② $\frac{s+2}{(s+2)^2+9}$
 ③ $\frac{1}{s}$

$$\frac{1}{s} \times \frac{s+2}{(s+2)^2+9}$$

eng-hvac.mihanblog.com

5) $y'' + 4y = 2t$, $y(0) = y'(0) = 0$

$$L(y'') + 4L(y) = 2L(t)$$

$$s^2 L(y) - sy(0) - y'(0) + 4L(y) = \frac{2}{s^2}$$

$$L(y)(s^2+4) = \frac{2}{s^2}$$

$$L(y) = \frac{2}{s^2(s^2+4)} \rightarrow y = L^{-1}\left[\frac{2}{s^2(s^2+4)}\right] = L^{-1}\left[\frac{1/2}{s^2} + \frac{-1/2}{s^2+4}\right]$$

\downarrow $\frac{1}{2} \times t$ \downarrow $-1/2 \times 1/2 \sin 2t$

$$y = \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right)$$

الف) $y' = \frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ هنا تغير متغير $y = vx, y' = v'x + v$ (1)

$$v'x + v = \frac{x^2 - 2v^2x^2}{x(vx)} \rightarrow v'x + v = \frac{1 - 2v^2}{v} - v \rightarrow v'x + v = \frac{1 - 2v^2}{v} \rightarrow$$

$$v'x = \frac{1 - 2v^2}{v} - v \rightarrow \frac{1 - 3v^2}{v} \rightarrow v'x = \frac{1 - 3v^2}{v} \rightarrow \frac{dv}{dx} x = \frac{1 - 3v^2}{v} \rightarrow$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{v dv}{1 - 3v^2} \rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{v dv}{1 - 3v^2} \rightarrow \ln x = -\frac{1}{6} \ln(1 - 3v^2) + C \rightarrow$$

$$\ln x = \frac{1}{6} \ln\left(1 - \frac{3y^2}{x^2}\right) + C$$

eng-hvac.mihanblog.com

ب) $y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x-1}y^2$ بدرج 2 ضرب $\rightarrow y^{-2}$

$$y^{-2}y' + \frac{2}{x}y^{-1} = \frac{1}{x-1} \begin{cases} u = y^{-1} \\ u' = -y^{-2}y' \\ y^{-2}y' = -u' \end{cases} \Rightarrow \frac{u'}{-1} + \frac{2}{x}u = \frac{1}{x-1} \quad \text{ضرب -1}$$

$$u' - \frac{2}{x}u = -\frac{1}{x-1} \rightarrow u e^{\int -\frac{2}{x} dx} = \int e^{\int -\frac{2}{x} dx} \cdot \frac{-1}{x-1} dx + C$$

$$u = x^2 \left[\int \frac{-1}{x^2(x-1)} dx + C \right] \rightarrow u = x^2 \left[\left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1} \right) dx + C \right]$$

$$\frac{1}{y} = x^2 \left[A \ln x - \frac{B}{x} + C \ln(x-1) + C \right]$$

ج) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 + 1$ اويلر

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + (-2-1) + 2y = e^{3z} + 1$$

y_h = جواب عمومى y_p = ضاربى خاص

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow (t-2)(t-1) = 0 \rightarrow t_1 = 2, t_2 = 1$$

$$(x^2 - xy + y^2)dx - xydy = 0 \quad \text{حل} \quad y = vx, dy = vdx + xdv \quad \text{تغیر متغیر} \quad (1)$$

$$(x^2 - x(vx) + vx^2)dx - x(vx)(vdx + xdv) = 0$$

$$(x^2(1-v+v^2)dx - x^2v(vdx + xdv) = 0 \rightarrow (1-v+v^2)dx - v^2dx + vx dx = 0$$

$$\rightarrow (1-v)dx + vx dv = 0 \rightarrow \frac{dv}{dx} = \frac{v}{1-v} x \rightarrow \int \frac{1-v}{v} dx = \int x dv \rightarrow \ln|v| - v = \frac{x^2}{2} + c$$

(2)

$$P = x^{\alpha} y^{\beta} (4x + 3y^3) = 4x^{\alpha+1} y^{\beta} + 3x^{\alpha} y^{\beta+3}$$

$$Q = x^{\alpha} y^{\beta} (2x + 5y^3) = 2x^{\alpha+1} y^{\beta} + 5x^{\alpha} y^{\beta+3}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 4(\beta+1)x^{\alpha+1}y^{\beta} + 3(\beta+4)x^{\alpha}y^{\beta+3}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 2(\alpha+2)x^{\alpha}y^{\beta} + 5(\alpha+1)x^{\alpha}y^{\beta+3}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \rightarrow \begin{cases} 4(\beta+1) = 2(\alpha+2) \\ 3(\beta+4) = 5(\alpha+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

مقادیر α و β را در P و Q جایگزین می‌کنیم.

eng-hvac.mihanblog.com

$$y = 2Px + \arctan(xP^2) \quad \text{مربع اول} \quad (3)$$

$$x = 2P + 2xP' + \frac{P^2 + 2xPP'}{1+x^2P^4} \rightarrow (1 + \frac{P}{1+x^2P^4})(P + 2xP') = 0$$

$$P' + \frac{1}{2x}P = 0 \rightarrow xP^2 = c \rightarrow \begin{cases} xP^2 = c \\ y = 2xP + \arctan(xP^2) \end{cases} \quad \text{فرم جواب عمومی}$$

$$\begin{cases} 1 + \frac{P}{1+x^2P^4} = 0 \\ y = 2xP + \arctan(xP^2) \end{cases} \quad \text{فرم جواب خصوصی}$$

(4)

$$الف) y'' + 3y' + 2y = \sinh x$$

(4)

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x} \rightarrow y'' + 3y' + 2y = 0 \rightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \rightarrow (t+1)(t+2) = 0$$

$$t_1 = -1, t_2 = -2 \rightarrow y_h = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}$$

$$y_{p1} = x^m e^{\lambda x} \cdot A \rightarrow y_{p1} = x^m e^x \cdot A, y_{p2} = x^m e^{-\lambda x} \cdot B \rightarrow y_{p2} = x^m e^{-x} \cdot B$$

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} \quad y = y_h + y_p \quad \text{eng-hvac.mihanblog.com}$$

$$ب) x^2 y'' + x y' + y = b \quad \text{اول}$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + (-1-1) \frac{dy}{dz} + y = b \rightarrow \frac{d^2 y}{dz^2} + y = b \rightarrow t^2 + 1 = 0 \rightarrow t = \pm i$$

$$y_h = c_1 \cos z + c_2 \sin z \quad y_p = z^m \cdot A \rightarrow y_{p1} = A \rightarrow y = y_h + y_p$$

$$\rightarrow \begin{cases} y'' + 4y = \sin t + u_{2\pi}(t) \sin(t-2\pi) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$L(y'') + 4L(y) = L(\sin t) + L(u_{2\pi}(t) \sin(t-2\pi))$$

$$\downarrow$$

$$e^{-2\pi s}$$

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بکسیر

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{s^2+1}$$

$$s^2 L(y) - s y(0) - y'(0) + 4L(y) = \frac{1}{s^2+1} + e^{-2\pi s} \frac{1}{s^2+1}$$

$$L(y)(s^2+4) = \frac{1}{s^2+1} + \frac{e^{-2\pi s}}{s^2+1} \rightarrow L(y) = \frac{1}{(s^2+4)(s^2+1)} + e^{-2\pi s} \frac{1}{(s^2+4)(s^2+1)}$$

$$y = L^{-1} \left[\frac{-1/3}{s^2+4} + \frac{+1/3}{s^2+1} \right] + L^{-1} \left[e^{-2\pi s} \left(\frac{1/3}{s^2+1} - \frac{1/3}{s^2+4} \right) \right]$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{-1/3 \times 1/2 \sin 2t}$$

①

$$\downarrow$$

$$\boxed{+1/3 \sin t}$$

②

$$\downarrow$$

$$\boxed{u_{2\pi}(t)}$$

③

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بکسیر

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بکسیر

$$L \rightarrow 1/3 \sin t - 1/6 \sin 2t$$

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بکسیر

$$\downarrow$$

$$\boxed{④ \left[1/3 \sin(t-2\pi) - 1/6 \sin 2(t-2\pi) \right]}$$

$$y = ① + ② + ③ \times ④$$

$$6) \mathcal{L} \left[t^2 e^t \int_0^t \frac{\sin u}{u} du \right]$$

$$\mathcal{L} \left[t^2 e^t \int_0^t \frac{1}{u} \sin u du \right]$$

(1) لا بلاس $\frac{1}{s^2+1}$
 (2) $\int_s^\infty \frac{1}{s^2+1} s \operatorname{Arctan} s \int_s^\infty \frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s)$
 (3) ضرب $\frac{1}{s}$
 $\mathcal{L} \rightarrow \frac{1}{s} \left(\frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s) \right)$
 $\mathcal{L} \rightarrow \frac{1}{s-1} \left(\frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s-1) \right) = A$
 A''

eng-hvac.mihanblog.com

$$ب) \mathcal{L}^{-1} \left(e^{-Ms} \ln \left(\sqrt[3]{\frac{s+a}{s+b}} \right) \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[e^{-Ms} \ln \sqrt[3]{\frac{s+a}{s+b}} \right]$$

تحويل $t \rightarrow t-M$! t و b و a و t و $u_n(t)$

$$\mathcal{L} \rightarrow u_n(t) \frac{1}{3} \left(\frac{e^{-a(t-M)} - e^{-b(t-M)}}{-(t-M)} \right)$$

$$\text{لا بلاس} \rightarrow \frac{1}{3} [\ln(s+a) - \ln(s+b)]$$

$$\text{لا بلاس} \rightarrow \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s+a} - \frac{1}{s+b} \right)$$

$$\text{لا بلاس} \rightarrow \frac{1}{3} (e^{-at} - e^{-bt})$$

$$-t \text{ تقسيم } \rightarrow \frac{1}{3} \left[\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{-t} \right]$$

$$\rightarrow \begin{cases} y'' + 4y = \sin t + u_{2\pi}(t) \sin(t - 2\pi) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$L(y'') + 4L(y) = L(\sin t) + L(u_{2\pi}(t) \sin(t - 2\pi))$$

$$\downarrow$$

$$e^{-2\pi s}$$

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بایست بگیره

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{s^2 + 1}$$

$$s^2 L(y) - s y(0) - y'(0) + 4L(y) = \frac{1}{s^2 + 1} + e^{-2\pi s} \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$L(y)(s^2 + 4) = \frac{1}{s^2 + 1} + \frac{e^{-2\pi s}}{s^2 + 1} \rightarrow L(y) = \frac{1}{(s^2 + 4)(s^2 + 1)} + e^{-2\pi s} \frac{1}{(s^2 + 4)(s^2 + 1)}$$

$$y = L^{-1} \left[\frac{-1/3}{s^2 + 4} + \frac{+1/3}{s^2 + 1} \right] + L^{-1} \left[e^{-2\pi s} \left(\frac{1/3}{s^2 + 1} - \frac{1/3}{s^2 + 4} \right) \right]$$

$$\boxed{-1/3 \times 1/2 \sin 2t}$$

①

$$\boxed{+1/3 \sin t}$$

②

$$\boxed{u_{2\pi}(t)}$$

③

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بایست بگیره

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بایست بگیره

$$L \rightarrow 1/3 \sin t - 1/6 \sin 2t$$

ت را با 2π جمع کن و از $\sin t$ بایست بگیره

$$\boxed{④ \left[1/3 \sin(t - 2\pi) - 1/6 \sin 2(t - 2\pi) \right]}$$

$$y = ① + ② + ③ \times ④$$

$$6) \mathcal{L} \left[t^2 e^t \int_0^t \frac{\sin u}{u} du \right]$$

$$\mathcal{L} \left[t^2 e^t \int_0^t \frac{1}{u} \sin u du \right]$$

(1) لا باس $\frac{1}{s^2+1}$
 (2) $\int_s^\infty \frac{1}{s^2+1} s \operatorname{Arctan} s ds \int_s^\infty \frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s)$
 (3) ضرب $\frac{1}{s}$
 $\mathcal{L} \rightarrow \frac{1}{s} \left(\frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s) \right)$
 (4) $\frac{1}{s-1} \left(\frac{1}{2} - \operatorname{Arctan}(s-1) \right) = A$
 (5) A''

eng-hvac.mihanblog.com

$$7) \mathcal{L}^{-1} \left(e^{-ms} \ln \left(\sqrt[3]{\frac{s+a}{s+b}} \right) \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[e^{-ms} \ln \sqrt[3]{\frac{s+a}{s+b}} \right]$$

تحويل $t \rightarrow t-m$! t و b و a و t و $u_n(t)$

$$\mathcal{L} \rightarrow u_n(t) \frac{1}{3} \left(\frac{e^{-a(t-m)} - e^{-b(t-m)}}{-(t-m)} \right)$$

$$\text{لا باس} \rightarrow \frac{1}{3} [\ln(s+a) - \ln(s+b)]$$

$$\text{①} \rightarrow \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s+a} - \frac{1}{s+b} \right)$$

$$\text{②} \rightarrow \frac{1}{3} (e^{-at} - e^{-bt})$$

$$\text{③} \rightarrow \frac{1}{3} \left[\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{-t} \right]$$

$$y_1 = \frac{\sin x}{x}, \quad \frac{xy'' + 2y' + xy = 0}{x} \xrightarrow{\text{C1, C2}} y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2 \quad (2)$$

$$y_2 = u(x) y_1, \quad u(x) = \int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot e^{-\int \frac{2}{x} dx} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot e^{-2 \ln x} dx$$

$$\rightarrow \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$u_2 = u(x) y_1 = -\cot x \cdot \frac{\sin x}{x} = -\frac{\cos x}{x}$$

$$y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2 = C_1 \frac{\sin x}{x} - C_2 \frac{\cos x}{x} \quad \text{or } \textcircled{1} \text{ by } \textcircled{2}$$

$$xy'' + 2y' + xy = 1 \quad \begin{cases} y_h \\ y_p \end{cases} \Rightarrow y'' + \frac{2}{x} y' + y = \left(\frac{1}{x}\right)_{\text{for } y_p}$$

$$W = \begin{vmatrix} \frac{\sin x}{x} & -\frac{\cos x}{x} \\ \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} & \frac{x \sin x + \cos x}{x^2} \end{vmatrix} = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\cos x}{x}\right)^2 + \frac{\sin x \cos x}{x^3} - \frac{\sin x \cos x}{x^3}$$

$$\rightarrow \frac{1}{x^2}, \quad u(x) = - \int \frac{-\frac{\cos x}{x} \cdot \frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}} dx = \int \cos x dx = \sin x$$

$$v(x) = \int \frac{\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}} dx = \int \sin x dx = -\cos x$$

$$y_p = u(x) y_1 + v(x) y_2 \rightarrow \sin x \frac{\sin x}{x} + \cos x \frac{\cos x}{x} = \frac{1}{x}$$

$$y = y_h + y_p$$

$$4) \text{ ب) } \begin{cases} y'' - y = e^{2x} + x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$L(y'') - L(y) \cdot sL(e^{2x}) + L(x)$$

$$s^2 L(y) - sy(0) - \overset{0}{s} y'(0) = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s^2} \rightarrow L(y) (s^2-1) = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s^2}$$

$$L(y) = \frac{1}{(s-2)(s^2-1)} + \frac{1}{s^2(s^2-1)}$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$y = sL^{-1} \left[\frac{A}{s-2} + \frac{B}{s-1} + \frac{C}{s+1} \right] + L^{-1} \left[\underbrace{\frac{Ds+E}{s^2}}_{\frac{D}{s} + \frac{E}{s^2}} + \frac{F}{s-1} + \frac{G}{s+1} \right]$$

$$y = A e^{2t} + B e^t + C e^{-t} + D + E t + F e^t + G e^{-t}$$

الف) $x^2 y' = 3(x^2 + y^2) \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + xy$ تفرض $V = \frac{y}{x}$, $y' = x \frac{dV}{dx} + V$ (1)

$$y' = 3\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + \left(\frac{y}{x}\right) \rightarrow x \frac{dV}{dx} + V = 3(1 + V^2) \tan^{-1}(V) + V$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{1}{\tan^{-1}(V)(1 + V^2)3} \quad \text{تكامل} \quad \ln x + \ln c = \frac{1}{3} \int \frac{1}{\tan^{-1}(V)(1 + V^2)} dV \rightarrow$$

$$\ln(cx) = \frac{1}{3} \tan^{-1}(V) \rightarrow \tan^{-1}(V) = (cx)^3 \rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = cx^3$$

ب) $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + \sin(2y)} \rightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{x^2 \cos y + 2 \sin y \cos y}{2x}$

$$\frac{1}{2} x \cos y + \frac{1}{x} \sin y \cos y \quad \frac{dx}{dy} - x \frac{\cos y}{2} = x' \sin y \cos y \quad \div x^1$$

$$x \frac{dx}{dy} - x^2 \frac{\cos y}{2} = \sin y \cos y \quad \textcircled{A} \quad \text{use } u = x^2 \quad \frac{du}{dy} = 2x \frac{dx}{dy} \quad \textcircled{B}$$

خط درجه 1 نسبت به u و تغییر y $\textcircled{A} \rightarrow \textcircled{B}$ $\frac{du}{dy} - u \cos y = 2 \sin y \cos y$

$$F(y) = -\cos y, \quad g(y) = 2 \sin y \cos y \rightarrow g(y) = \int F(y) dy = -\int \cos y dy = -\sin y$$

$$\text{use } e^{-g(y)} \left[\int g(y) e^{g(y)} dy + C \right] \rightarrow e^{\sin y} \left[2 \int \sin y \cos y e^{-\sin y} dy + C \right]$$

$$e^{\sin y} \left[-2 \sin y e^{-\sin y} - 2 e^{-\sin y} + C \right] \rightarrow C e^{\sin y} - 2(\sin y + 1)$$

$$\boxed{x^2 = C e^{\sin y} - 2(\sin y + 1)}$$

ج) $y = 2xy' + \frac{1}{(y')^2}$ متباين خاص $y' = p \rightarrow y = 2xp + \frac{1}{p^2}$

$y' = p = 2p + (2x - \frac{2}{p^3}) \frac{dp}{dx} \rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2x}{p} = \frac{2}{p^2} \rightarrow p(p) = \frac{2}{p}$

$q(p) = \frac{2}{p^2} \rightarrow q(p) = 2 \ln p \rightarrow x = \frac{1}{p^2} \left(\int \frac{2}{p^2} dp + C \right) = \frac{1}{p^2} (Cp - 2)$

$\frac{1}{p^2} x = \frac{C}{p^2} - \frac{2}{p^3} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{C}{p^2} - \frac{2}{p^3} \\ y = \frac{2C}{p} - \frac{3}{p^2} \end{cases} \rightarrow y = 2xp + \frac{1}{p^2}$

د) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^4$ اول eng-hvac.mihanblog.com

$\frac{d^2 y}{dz^2} + (-2-1)y = e^{4z} \rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow (t-2)(t-1) = 0 \rightarrow t_1 = 2, t_2 = 1$

$y_h = c_1 e^{2z} + c_2 e^z, y_p = e^{4z} A, y = y_h + y_p$

ه) $y''' - y = e^{2x}$

$t^3 - 1 = 0 \rightarrow (t-1)(t^2 + t + 1) = 0 \rightarrow t_1 = 1, t_{2,3} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$

$y_h = c_1 e^{-\frac{1}{2}x} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2 e^{-\frac{1}{2}x} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_3 e^x$

$y_h = c_1 e^x + e^{-\frac{1}{2}x} \left(A \cos \frac{\sqrt{3}}{2} + B \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

$y_p = A x^m p^x \rightarrow y_p = A e^{2x}, y = y_h + y_p$

الف) $y' = \frac{y}{x} + 2e^{-y/x}$ \Rightarrow $y = vx$ $y' = vx' + v$ (1)

$$vx' + v = \frac{vx}{x} + 2e^{-v} \rightarrow \frac{dv}{dx} x = 2e^{-v} \rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{dv}{2e^{-v}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln x = \frac{1}{2} \int e^v dv \rightarrow \ln x = \frac{1}{2} e^v + C$$

ب) $y' = y - x y^3 e^{-2x}$ \Rightarrow $y' - y = -x y^3 e^{-2x}$ \Rightarrow $y' - y = -u e^{-2x} y^3$ \Rightarrow $x y^3$

$$y^3 y' - y^2 = -x e^{-2x} \rightarrow -\frac{u'}{2} - u = -x e^{-2x} \rightarrow \frac{u' + 2u}{f(x)} = \frac{2x e^{-2x}}{g(x)}$$

$$u = y^{-2} \Rightarrow y^{-3} y' = -\frac{u'}{2}, u = e^{-2x} \left[\int \frac{2dx}{e^{-2x}} (2x e^{-2x}) dx + C \right]$$

$$u' = -2y^{-3} y' \Rightarrow u = e^{-2x} \left[\int 2x dx + C \right] \rightarrow u = e^{-2x} [x^2 + C] \rightarrow u = e^{-2x} [x^2 + C]$$

$$u = y^{-2} \rightarrow y^{-2} = e^{-2x} [x^2 + C] \quad \text{eng-hvac.mihanblog.com}$$

ج) $y = -x y' + (y')^2$ $y' = p \rightarrow y = -xp + p^2$

$$p = -p + (-x + 2p) \frac{dp}{dx} \rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{x}{2p} = 1 \rightarrow x = p \left(\int \frac{1}{p} dp + C \right) = \frac{C}{\sqrt{p}} + \frac{2p}{3}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} p + \frac{C}{\sqrt{p}} \\ y = -xp + p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2p + \frac{C}{\sqrt{p}} \\ 3y = p^2 - C\sqrt{p} \end{cases}$$

الف) $y'' + 4y = \sec x \tan x$ (2)

$$y'' + 4y = 0 \rightarrow t^2 + 4 = 0 \rightarrow t = \pm 2i \rightarrow y_h = A \cos 2x + B \sin 2x$$

$$y_1 = \cos 2x, y_2 = \sin 2x$$

(الف) - 2 دالة جيب وجيب

$$W = \begin{vmatrix} \cos 2x & \sin 2x \\ -2\sin 2x & 2\cos 2x \end{vmatrix} = 2\cos^2 2x + 2\sin^2 2x = 2$$

$$u(x) = - \int \frac{\sin 2x \cdot \sec \tan}{2} dx = - \int \frac{2\sin \cos \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x}}{2} dx = - \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx =$$

$$\rightarrow - \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx = - \int \sec x dx + \int \cos x dx = - \ln |\sec x + \tan x| + \sin x$$

$$v(x) = \int \frac{\cos 2x \cdot \frac{\sin x}{\cos^2 x}}{2} dx = \frac{1}{2} \int (2\cos^2 x - 1) \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{2} \int (2\sin x - \frac{1}{\cos x}) dx \rightarrow$$

$$\rightarrow \int \sin x \cos^{-2} x dx \rightarrow -\cos x - \frac{1}{2} \frac{\cos^{-1} x}{-1} = -\cos x + \frac{1}{2\cos x}$$

$$y_p = u(x)y_1 + v(x)y_2, y = y_p + y_h$$

ب) $x^2 y'' + xy' - y = 16x^3$ حل

eng-hvac.mihanblog.com

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + (1-1) \frac{dy}{dz} - y = 16e^{3z} \rightarrow t^2 - 1 = 0 \rightarrow t = \pm 1$$

$$y_h = e^{3z} (A \cos z + B \sin z), y_{p1} = e^z, y_{p2} = 16e^{3z}$$

$$y_p = y_{p1} + y_{p2}, y = y_p + y_h$$

$$y_2 = \frac{1}{x} \left(\int \frac{1}{x^2} e^{\int p(x) dx} dx \right) \rightarrow y_2 = \frac{\sin x}{x} \left(\int \frac{x^2}{\sin^2 x} e^{-\int \frac{2}{x} dx} dx \right) = \frac{\sin x}{x} \rightarrow (3)$$

$$\rightarrow \left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{x^2} dx \right) \rightarrow y_2 = \frac{\sin x}{x} \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{\sin x}{x} \int (1 + \cot^2 x) dx$$

$$y_2 = \frac{\sin x}{x} x - \cot x = -\frac{\cos x}{x} \rightarrow y_2 = -\frac{\cos x}{x}$$

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 = c_1 \frac{\sin x}{x} + c_2 \left(-\frac{\cos x}{x} \right)$$

91/6/12

$$4) F(s) = \ln \left(\frac{s^2+1}{s(s+1)} \right) \rightarrow \ln(s^2+1) - \ln s - \ln(s+1) \xrightarrow{\text{تجزئة}} \frac{2s}{s^2+1} - \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$$\xrightarrow{\text{الاستجابة}} 2 \cos t - 1 - e^{-t} \xrightarrow{\text{تقريب}} \frac{2 \cos t - 1 - e^{-t}}{-t}$$

eng-hvac.mihanblog.com

الف) $\frac{y}{y'} + \ln(y') = x$ متباينة $y' = P$

(2)

$$\frac{y}{P} + \ln P = x \xrightarrow{\times P} y + P \ln P = Px \rightarrow y' + P \ln P + P \frac{P'}{P} = P + P'x \rightarrow$$

$$P' \ln P + P' - P'x = 0 \rightarrow P'(\ln P + 1 - x) = 0 \rightarrow P' = 0 \rightarrow \ln P + 1 - x = 0 \rightarrow P' = 0 \rightarrow y'' = 0$$

$$y' = c \rightarrow y = \int c dx \rightarrow \boxed{y = cx}$$

eng-hvac.mihanblog.com

ب) $xy' = y + x^2 \sec(\frac{y}{x})$ متجانس $v = \frac{y}{x}, y' = Vx + V$ تغيير متغير

$$V'x + V = V + x \sec(V) \rightarrow \cos V dV = dx \rightarrow \sin V = x + C \rightarrow y = x \sin^{-1}(x + C)$$

ج) $y' \cos y - x \sin y = x \sqrt{\sin y}$ $u = \sin y, u' = \cos y$

$$u' - xu = xu^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\times u^{-1/2}} u'^{-1/2} - xu^{\frac{1}{2}} = xu^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{t=u} \begin{cases} t' = u' \\ t' = \frac{1}{2} u' \end{cases} \Rightarrow t' - xt = x$$

$$t = e^{-\int -x dx} \left[\int \frac{-x dx}{e^{-x/2}} + C \right] \rightarrow t = e^{\frac{1}{2}x^2} \left[\int \frac{-1/2 x^2}{e^{-x/2}} dx + C \right]$$

$$u = x \rightarrow du = dx, dv = e^{-1/2 x^2} dx \rightarrow v = e^{-x}$$

$$t = e^{-1/2 x^2} \left[x e^{-x} - \int e^{-x} dx + C \right] \rightarrow t = e^{\frac{1}{2}x^2} \left[x e^{-x} + e^{-x} + C \right]$$

الف) $(2xy + 2x^2y^3)y' = 1$ برش

(1)

$$(2x^2y^3 + 2xy) = \frac{1}{y'} \rightarrow -\frac{1}{y'} = (2x^2y^3 + 2xy') \rightarrow \frac{1}{y'} - 2xy = 2y^2x^2$$

$$\rightarrow x^{-2} \frac{1}{y'} - 2yx^{-2}x = 2y^3 \rightarrow x^{-2} \frac{1}{y'} - 2yx^{-1} = 2y^3 \rightarrow \begin{cases} u = x^{-1} \\ u' = -x^{-2} \frac{1}{y'} \end{cases} \quad \begin{cases} -u' - 2yx = 2y^3 \\ u' + 2yu = -2y^3 \end{cases}$$

$$u = e^{-\int 2y dy} \left[\int \frac{1}{y^3} dy + C \right] \rightarrow u = e^{-y^2} \left[-\frac{1}{2y^2} + C \right] \rightarrow$$

$$u = e^{-y^2} \left[-\frac{1}{2y^2} + C \right] * \quad u = y^2 \rightarrow du = 2y dy \rightarrow dv = 2ye^{y^2} dy$$

$$v = e^{y^2} \rightarrow \int e^{y^2} (2y) (y^2) dy = uv - \int v du = y^2 e^{y^2} - \int 2ye^{y^2} dy \Rightarrow \underline{y^2 e^{y^2} - e^{y^2}} \quad (A)$$

$$* \rightarrow A \text{ or } u' = -2y^3 \rightarrow u = e^{y^2} \left[-\frac{1}{2y^2} + C \right] \rightarrow \frac{1}{x} = u = -\frac{1}{y^2} + C e^{-y^2}$$

ب) $y = 2xy' + \frac{1}{y^2}$

eng-hvac.mihanblog.com

$$(1-x^2)y'' + 2xy' = x^3 \quad \text{مرتبه دوم خاص} \quad y' = p, y'' = p' \quad (4)$$

$$(1-x^2)p' + 2xp = x^3 \quad \text{مرتبه اول} \rightarrow p' + \frac{2x}{1-x^2}p = \frac{x^3}{1-x^2} \rightarrow$$

$$p = e^{-\int \frac{2x}{1-x^2} dx} \left[\int \frac{x^3}{1-x^2} dx + C \right] \cdot e^{\int \frac{2x}{1-x^2} dx} \rightarrow$$

$$p = e^{\ln(1-x^2)} \left[\int e^{-\ln(1-x^2)} \cdot \frac{x^3}{1-x^2} dx + C \right] \rightarrow p = (1-x^2) \left[\int \frac{x^3}{(1-x^2)^2} dx + C \right]$$

$1-x^2 = t \rightarrow -2x dx = dt$

$$\int \frac{x^2 \cdot x}{(1-x^2)^2} dx = \int \frac{(1-t)}{t^2} = \frac{1}{2} dt \rightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} \right] dt \Rightarrow$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$-\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{t} - \ln t \right) = +\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-x^2} + \ln(1-x^2) \right)$$

$$p = \frac{(1-x^2)}{2} \left[\frac{1}{1-x^2} + \ln(1-x^2) \right] \quad \text{برای امتحان تا اینجا}$$

$$y' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (1-x^2) \ln(1-x^2) \rightarrow y = \int \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} (1-x^2) \ln(1-x^2) \right] dx$$

$$(4) \quad y + 2y'' + y = \sin x$$

(5) ضرایب ثابتین - تغییر ارامتر

$$t^4 + 2t + 1 = 0 \rightarrow (t^2 + 1)^2 = 0 \rightarrow t_{1,2} = +i, t_{3,4} = -i$$

$$y_h = (A \cos x + B \sin x) + x(A_2 \cos x + B_2 \sin x)$$

$$y_p = x^m (A \cos x + B \sin x) \rightarrow y_p = x^2 (A_3 \cos x + B_3 \sin x)$$

$$m=2, n=1$$

$$y = y_h + y_p$$

$$\text{الف) } y' = \frac{y}{2 \ln y + y - x}, y(0) = 1 \text{ جاك}$$

(1)

$$(2y \ln y + y - x) dy = y dx \rightarrow \underbrace{(2y \ln y + y - x) dy}_Q - \underbrace{y dx}_P = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -1$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$u = \int -y dx + F(y) \rightarrow u = -xy + F(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -x + F'(y)$$

$$2y \ln y + y - x = -x F'(y) \rightarrow F'(y) = \int (2y \ln y + y) dy$$

$$F(y) = 2 \int y \ln y dy + \int y dy = 2y \ln y - \frac{y}{2} + \frac{y^2}{2} \rightarrow \begin{cases} u = \ln y \rightarrow du = \frac{1}{y} dy \\ du = y \rightarrow u = \frac{y^2}{2} \end{cases}$$

$$\text{ب) } y' \sin y = (1 - x \cos y) \cos y \quad u = \cos y, \quad u' = -y' \sin y$$

$$-u = (1 - xu)u \rightarrow -u' = u - xu^2 \rightarrow u' + u = xu^2 \rightarrow \text{تغير متغير } V = y^{1-n}$$

$$V = u^{-1}, V' = -u^{-2} u' \rightarrow u^{-2} u' + u^{-1} = x \rightarrow -V' + V = x \rightarrow V' - V = x \text{ جاك}$$

$$u = e^{-x} \rightarrow V = \frac{1}{e^{-x}} \left(\int -e^{-x} x dx + C \right) \rightarrow V = e^x (xe^{-x} + e^{-x} + C)$$

$$\rightarrow u^{-1} = (\cos y)^{-1} \rightarrow \frac{1}{\cos y} = x + 1 + C e^x$$

$$\text{ج) } y = x p^2 + p^3, (p = y') \rightarrow y = x y'^2 + y'^3 = x \underbrace{p^2}_f + \underbrace{p^3}_g \rightarrow x' - \frac{F'(p)}{p - F(p)} x = \frac{g'(p)}{p - F(p)}$$

$$x' + \frac{2}{p-1} x = \frac{3p}{1-p} \rightarrow \mu_{(p)} = e^{\int \frac{2}{p-1} dp} = e^{2 \ln(p-1)} = e^{2 \ln(p-1)} \rightarrow \text{تغير متغير}$$

$$x = \frac{1}{\mu(p)} \left(\int \mu(p) \cdot q(p) dp + C \right) = e^{\ln(p-1)^2} = (p-1)^2 \rightarrow$$

$$x = \frac{1}{\mu(p)} \left(\int (p-1)^2 \frac{3p}{1-p} dp + C \right) \rightarrow x = \frac{1}{(p-1)^2} \left(\int 3p - 3p^2 dp + C \right) = \frac{1}{(p-1)^2} \left(\frac{3p^2}{2} - p^3 + C \right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = x p^2 + p^3 \\ x = \frac{1}{(p-1)^2} \left(\frac{3p^2}{2} - p^3 + C \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{p^2}{(p-1)^2} \left(\frac{3p^2}{2} - p^3 + C \right) \\ x = \frac{1}{(p-1)^2} \left(\frac{3p^2}{2} - p^3 + C \right) \end{cases}$$

جواب ۱/۲ را مستری

$$x = c e^{y^2} \quad 1 = 2cxy' e^{y^2} \xrightarrow{\text{div}} \frac{1}{1 + 2cxy' e^{y^2}} \Rightarrow c = \frac{1}{2xy' e^{y^2}}$$

$$1 = 2 \left[x e^{-y^2} \right] y' e^{y^2} \rightarrow 2xy' = 1 \xrightarrow{-1/y} 2xy \left(-\frac{1}{y} \right) = 1 \rightarrow y' = -2xy$$

$$\frac{dy}{dx} = -2xy \rightarrow \frac{dy}{y} = -2x dx \rightarrow \ln y = -x^2 + \ln c \rightarrow \ln \left(\frac{y}{c} \right) = -x^2 \rightarrow \frac{y}{c} = e^{-x^2} \rightarrow y = c e^{-x^2}$$

$$y = c e^{-x^2}$$

مرد دکترا

eng-hvac.mihanblog.com

$$y_2(x) = u(x) y_1(x), \quad u(x) = \int \frac{1}{y_1^2(x)} e^{\int p(x) dx} dx \rightarrow$$

$$\rightarrow u(x) = \int \frac{1}{\sin^2(e^x)} e^{-\int -dx} dx = \int \frac{e^x}{\sin^2(e^x)} dx = -\cot(e^x) \rightarrow y_2(x) = -\cot(e^x) \sin(e^x)$$

$$\rightarrow (e^x) = -\cos(e^x) \rightarrow y_p = c_1(x) \sin(e^x) - \cos(e^x) c_2(x)$$

$$c_1'(x) \sin(e^x) - \cos(e^x) c_2'(x) = 0, \quad c_1'(x) e^x \cos(e^x) + e^x \sin(e^x) c_2'(x) = e^{2x}$$

$$\begin{cases} c_1'(x) e^x \cos(e^x) + c_2'(x) e^x \rightarrow c_2'(x) = e^x \sin(e^x) \\ c_1'(x) e^x \cos(e^x) + c_2'(x) \sin(e^x) \rightarrow c_2'(x) = e^x \sin(e^x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1'(x) e^x \cos(e^x) + c_2'(x) \sin(e^x) \rightarrow c_2'(x) = e^x \sin(e^x) \\ c_1'(x) e^x \cos(e^x) + c_2'(x) \sin(e^x) \rightarrow c_2'(x) = e^x \sin(e^x) \end{cases}$$

3-3/1

$$\begin{cases} c_2(x) = -\cos(e^x) \\ c_1(x) = \sin(e^x) \end{cases} \Rightarrow y_p = \sin^2(e^x) + \cos^2(e^x) = 1$$

سوال 4/3

$$y = c_1 \sin(e^x) - c_2 \cos(e^x) + 1$$

(3) (4) $y'' - y' = x e^{-2x}$ ضرایب تعیین

$y'' - y' = 0 \Rightarrow t^5 - t^4 = 0 \Rightarrow t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 0$

$$y_h = c_1 e^x + x c_2 + x^2 c_3 + x c_4 + c e^x$$

$$y_{p1} = x^m e^{Ax} (Ax+B) = x e^x (Ax+B), y_{p2} = x^4 (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$y_p = y_{p1} + y_{p2} \Rightarrow y = y_p + y_h$$

6) الف. $L^{-1} \left[\frac{1}{s} \arctan\left(\frac{1}{s}\right) \right]$

④

③

$\int_0^t \frac{t \sin t}{t} dt$

①

$\frac{-1/s}{1+(1/s)^2} = \frac{-1}{s^2+1}$

②

$-\sin t$

③

$\frac{-\sin t}{-t}$

ب)
$$f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ \sin t & \frac{\pi}{2} \leq t < \pi \\ 0 & t \geq \pi \end{cases}$$

$$F(t) = t(u_0(t) - u_{\pi/2}(t)) + \sin t(u_{\pi/2}(t) - u_{\pi}(t)) + 0$$

سوال 5/2

$$F(t) \text{ و } U_{\pi}(t) t$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} -s \\ e \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} -\pi/2 s \\ e \end{cases}$$

ت را با صفر جمع

$$\frac{1}{s^2}$$

$$- U_{\pi/2}(t) t$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} -\pi/2 s \\ e \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} -\pi/2 s \\ e \end{cases}$$

ت را با $\pi/2$ جمع و از $(t + \pi/2)$ لاپلاس میگیریم

$$\frac{1}{s^2} + \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{s}$$

$$+ U_{\pi/2}(t) \sin t$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} -\pi/2 s \\ e \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} -\pi/2 s \\ e \end{cases}$$

ت را با $\pi/2$ جمع کرده و از $\sin(t + \pi/2)$ لاپلاس میگیریم

$$\frac{-1}{s^2 + 1}$$

برعکس

$$L(-\sin t)$$

$$\frac{-1}{s^2 + 1}$$

$$- U_{\pi}(t) \sin t$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} -\pi s \\ e \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} -\pi s \\ e \end{cases}$$

ت را با π جمع کرده و از $\sin(t - \pi)$ لاپلاس میگیریم

$$\frac{-1}{s^2 + 1}$$

برعکس

$$L(-\sin t)$$

$$\frac{-1}{s^2 + 1}$$

نمونه سوالات معادلات دیفرانسیل (فصل اول)

۱- معادلات تفکیک پذیر داده شده را حل کنید

$$1) y' \ln x - \frac{y}{x} = 0$$

$$2) xy' = (1 - x^2) \cot y$$

$$3) xy' + (1 + y^2) \tan^{-1} y = 0$$

$$4) \sqrt{1+y^2} dx - y(1+x^2) dy = 0$$

۲- معادلات همکن داده شده را حل کنید

$$1) x dy - y dx = \sqrt{xy} dx$$

$$2) (x e^{\frac{y}{x}} + y) dx - x dy = 0$$

$$3) xy' - y - x^2 \tan \frac{y}{x} = 0$$

$$4) y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$$

$$5) (x^2 + 1) y (xy' - y) = x^3$$

۳- معادلات کامل داده شده را حل کنید

$$1) (x^2 + y) dx + (x - 2y) dy = 0$$

$$2) x(1 - y^2) dx + y(1 - x^2) dy = 0$$

$$3) 2x \sin^3 y dx + 2x^2 \cos^3 y dy = 0$$

$$4) y' = - \frac{ye^x + e^y}{e^x + xe^y}$$

$$5) (\frac{y}{x} + 4x) dx + (\ln x - 2) dy = 0$$

$$6) (\frac{\sin^2 x}{y} + x) dx + (y - \frac{\sin^2 x}{y^2}) dy = 0$$

۴- با پیدا کردن عامل انتگرال ساز مناسب معادلات داده شده را حل کنید

$$1) y(2x + y^3) dx - x(2x - y^3) dy = 0$$

$$2) (x^2 + y^2 + x) dx + xy dy = 0$$

مسئله ۲

$$۳) e^x(x+1)dx + (ye^y - xe^x)dy = 0$$

$$۴) y' = e^{yx} + y - 1$$

$$۵) ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0$$

$$۶) (y + \ln x)dx - xdy = 0$$

۵- معادلات خطی مرتبه اول داده شده را حل کنید

$$۱) y' - 3y \tan x = 2$$

$$۲) y' - 2xy = 2x e^{x^2}$$

$$۳) y' + y \cos x = e^{x^2}$$

$$۴) xy' - y = x^2 \sin x$$

$$۵) y' = \frac{1}{y(1-x)}$$

$$۶) y' = \frac{y}{x+y^3}$$

$$۷) (1+x^2)y' = 2xy + (1+x^2)^2$$

$$۸) y' + \tan y = \frac{x}{\cos y}$$

eng-hvac.mihanblog.com

۶- معادلات برنولی داده شده را حل کنید

$$۱) xy' + x y^2 = y$$

$$۲) y' + \frac{1}{x}y = 2y^2 \ln x$$

$$۳) 2xyy' + x = y^2$$

$$*۴) y' = y(y^3 \cos x + \tan x)$$

$$۵) y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2 - 4}$$

$$۶) y' x^3 \sin y + 2y = x y^2$$

$$۷) 2 \frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} + x^3 \cos y = 0$$

$$۸) y' + 2xy = 2x e^{-x^2} \sqrt{y}$$

$$۹) y' + 1 = 2 e^{-y} \sin x$$

۷- معادلات داده شده را حل کنید به ازای مرتبه اول نوع خاص

$$۱) y = (y' - 1)e^y$$

$$۲) x = y'^3 - y' + 2$$

$$۳) x = \frac{y}{y'} + \frac{1}{y'^2}$$

$$۴) y = 2xy' + \sin y'$$

$$۵) y = x(1+y') + y'^2$$

$$۶) y^2 y'^2 + 3xy' - y = 0$$

193 / 1 / 18

1) $\int \frac{dy}{y} - \int \frac{dx}{x \ln x} \rightarrow \ln y = \ln |\ln x| + \ln C \rightarrow y = C \ln x$ تشرین 1

2) $\frac{dy}{\cot y} = \frac{(1-x^2)dx}{x} \rightarrow \int \frac{dy}{\cot y} = \int (\frac{1}{x} - x)dx \rightarrow \ln |\sec y| = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + \ln C$

3) $\int \frac{dy}{(1+y^2)\tan^{-1}y} + \int \frac{dx}{x} = 0 \rightarrow \ln \tan^{-1}y + \ln x = \ln C \rightarrow y = \tan \frac{C}{x}$

4) $\frac{dx}{(1+x^2)} - \frac{ydy}{1+y^2} \rightarrow \int \frac{dx}{1+x^2} - \int \frac{y}{1+y^2} dy = 0 \rightarrow \tan^{-1}x - \sqrt{1+y^2} = C$

تغیر متغیر: $dy = vdx + xdv$, $y = vx$, $y' = v + x\frac{dv}{dx}$ تشرین 2

1) $x(vdx + xdv) = (vx + \sqrt{v^2x^2})dx \rightarrow (vdx + xdv) = (v + \sqrt{v})dx \rightarrow$

$\rightarrow xdv = \sqrt{v} dx \rightarrow \int \frac{dv}{\sqrt{v}} = \int \frac{dx}{x} \rightarrow 2\sqrt{v} = \ln x + C \rightarrow 2\sqrt{\frac{y}{x}} = \ln x + C$

2) $(xe^{\frac{y}{x}} + vx)dx - x(vdx + xdv) = 0 \rightarrow e^{\frac{y}{x}}dx - xdv = 0 \rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int e^{-v} \rightarrow$

$\ln x + C = -e^{-v} \rightarrow e^{\frac{y}{x}} + \ln x + C = 0$

eng-hvac.mihanblog.com

3) $v + x\frac{dv}{dx} - v - x \tan v = 0 \rightarrow \cot v dv = \frac{dx}{x} \rightarrow \sin \frac{y}{x} = C e^{\frac{x}{y}}$

4) $v + x \frac{dv}{dx} = \frac{vx}{x} + \sin \frac{vx}{x} \rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{dv}{\sin v} \rightarrow \ln x + \ln C = \ln \tan \frac{v}{2} \rightarrow$

$\rightarrow Cx = \tan \frac{y}{2x} \rightarrow y = 2x \tan^{-1} Cx$

$$5). (x^2+1) Vx [x(V+xV') - Vx] = x^3 \rightarrow VV'(x^2+1) = 1 \rightarrow VdV = \frac{dx}{x^2+1} \rightarrow$$

$$V^2 = 2 \tan^{-1} x + C \rightarrow V = \sqrt{2 \tan^{-1} x + C} \rightarrow y^2 = 2x^2 \tan^{-1} x + Cx^2$$

$$1) P = x^2 + y, Q = x - 2y \rightarrow u(x, y) = u = \int (x^2 + y) dy + f(x) \rightarrow$$

3 تیرین

$$u = \frac{x^3}{3} + xy + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = x + \frac{df}{dy} = x - 2y \rightarrow f(y) = -\int 2y dy = -y^2$$

$$u = \frac{x^3}{3} + xy - y^2 = C \quad \text{eng-hvac.mihanblog.com}$$

$$2). P = x(1 - y^2), Q = y(8 - x^2) \rightarrow u = \int P dx + f(y) = \frac{1}{2} x^2 (1 - y^2) + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -y x^2$$

$$+ f'(y) = y(8 - x^2) \rightarrow f(y) = 4y^2 \rightarrow u = \frac{1}{2} x^2 (1 - y^2) + 8y^2 = C$$

$$3). P = 2x \sin y, Q = 3x^2 \cos 3y \rightarrow u = \int P dx + f(y) = x^2 \sin 3y + f(y) \rightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 3x^2 \cos 3y + f'(y) = 3x^2 \cos 3y \rightarrow f'(y) = 0 \rightarrow f(y) = C_1 \rightarrow u = x^2 \sin 3y + C$$

$$4). P = y e^x + e^y, Q = e^x + x e^y \rightarrow u = \int P dx + f(y) = y e^x + x e^y + f(y) \rightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^x + x e^y + f'(y) = e^x + x e^y \rightarrow f'(y) = 0, f(y) = C_1 \rightarrow u = y e^x + x e^y = C$$

$$5). P = \frac{y}{x} + 6x, Q = \ln x - 2 \rightarrow u = \int Q dy + f(x) = y(\ln x - 2) + f(x) \rightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{y}{x} + f'(x) = \frac{y}{x} + 6x \rightarrow f'(x) = 6x, f(x) = 3x^2 \rightarrow u = y \ln x - 2y + 3x^2 = C$$

$$6). P = \frac{\sin 2x}{y} + x, Q = y - \frac{\sin^2 x}{y^2} \rightarrow \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\sin 2x}{y^2} = \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{2 \sin x \cos x}{y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = P(x, y) = \frac{\sin 2x}{y} + x \rightarrow u = \frac{1}{2} y \cos 2x + \frac{1}{2} x^2 f(y) *$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\cos 2x}{y^2} + f'(y) = y - \frac{\sin^2 x}{y^2} \rightarrow f'(y) + \frac{\cos^2 - \sin^2 x}{y^2} = y - \frac{\sin 2x}{y^2}$$

$$\rightarrow f'(y) = y - \frac{\cos 2x}{y^2} + f(y) = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{y} \cos x = \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{y} \cos 2x + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{y} \cos 2x$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$1) P = y(2x + y^3), Q = -x(2x - y^3) \rightarrow \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \rightarrow \text{ثابت}$$

$$\frac{3(2x + y^3)}{y(2x + y^3)} = \frac{3}{y} \rightarrow F = e^{\int 3/y dy} = \frac{1}{y^3} \rightarrow P^* = y^2(2x + y^3), Q^* = -2x^2 y^3 + x$$

$$u = \int P^* dx + f(y) = x^2 y^2 + xy + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -2x^2 y^3 + x + f'(y) = -2x^2 y^3$$

$$f'(y) = 0, f(y) = C_1, u = x^2 y^2 + xy + C$$

$$2). P = x^2 + y^2 + x, Q = xy \rightarrow \frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{y}{xy} = \frac{1}{x} \rightarrow F = e^{\int \frac{dx}{x}} = x$$

$$P^* = x^3 + x^2 y^2 + x, Q^* = x^2 y \rightarrow u = \int P^* dx + f(y) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} x^2 y^2 + \frac{1}{3} x^3 + f(y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = x^2 y + f'(y) = x^2 y \rightarrow f'(y) = 0 \rightarrow f(y) = C_1 \rightarrow u = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} x^2 y^2 + \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$3). P = e^x(x+1), Q = y e^x - x e^x \rightarrow \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{e^x(x+1)}{e^x(x+1)} = 1$$

$$F = e^{\int 1 dy} = e^y \rightarrow P^* = e^{x-y}(x+1), Q^* = y - xy \rightarrow \text{ثابت}$$

$$\rightarrow u = \int P^* dx + f(y) = x e^{x-y} + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -x e^{x-y} + f'(y) = y - x e^{x-y}$$

$$f'(y) = y - x e^{x-y} \rightarrow u = 2x e^{x-y} + y^2 + C$$

$$4) P = e^{2x} + y - 1, Q = -1 \rightarrow \frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{1}{-1} = -1 \rightarrow F = \int dx = -x$$

$$P^* = x - x e^{2x} + e^{2x}(y-1), Q^* = -e^{-x} \rightarrow u = \int Q^* dy + f(x) = -y e^{-x} + f(x) \rightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y e^{-x} + f'(x) = x - x e^{2x} + e^{2x}(y-1) \rightarrow f'(x) = x - e^{-x}, f(x) = \frac{x^2}{2} + e^{-x}$$

$$u = -y e^{-x} + \frac{x^2}{2} + e^{-x} + C$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$5) P = y, Q = 2xy - e^{-2y} \rightarrow \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{1-2y}{y} = \frac{1}{y} - 2 \rightarrow$$

$$F = \int \left(\frac{1}{y} - 2 \right) dy = \ln y - 2y \rightarrow P^* = \frac{1}{y}, Q^* = 2x e^{-2y} - \frac{1}{y} \rightarrow$$

$$u = \int P^* dx + f(y) = x e^{-2y} + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -2x e^{-2y} + f'(y) = 2x e^{-2y} - \frac{1}{y} \rightarrow f'(y) = -\frac{1}{y}$$

$$f(y) = -\ln y, u = x e^{-2y} - \ln y + C$$

$$6) P = y + \ln x, Q = -x \rightarrow \frac{1}{Q} \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = \frac{2}{-x} \rightarrow F = \int \left(\frac{2}{x} \right) dx = \frac{1}{x^2}$$

$$P^* = \frac{y}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2}, Q^* = -\frac{1}{x} \rightarrow u = \int Q^* dx + f(y) = -\frac{y}{x} + f(y) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{y}{x^2} + f'(x)$$

$$\rightarrow -\frac{y}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{\ln x}{x^2} \rightarrow f(x) = \frac{1 + \ln x}{x} \rightarrow u = y + 1 + \ln x + Cx$$

93 / 1 / 18

1). $f(x) = \frac{-3 \tan x}{\cos^3 x}$, $q(x) = 2$, $g(x) = \int f(x) dx = 3 \ln \cos x \rightarrow$

5
ترین

$$y = \cos^3 x (2 \cos x dx + C) = \frac{2}{3} \frac{(3 - \sin^2 x) \sin x}{\cos^3 x} + C \sec^3 x$$

2). $f(x) = -2x$, $q(x) = 2x e^{x^2}$, $g(x) = \int f(x) dx = -x^2 \rightarrow y = e^{x^2} (\int 2x dx + C)$

$$= (x^2 + C) e^{x^2}$$

4). $f(x) = -\frac{1}{x}$, $q(x) = x \sin x$, $g(x) = \int f(x) dx = \ln x \rightarrow y = e^{\ln x} (\int \sin x dx + C)$

$$= -x \cos x + Cx$$

eng-hvac.mihanblog.com

5). $f(x) = \cos x$, $q(x) = e^{2x}$, $g(x) = \int f(x) dx = \sin x \rightarrow y = e^{-\sin x} (\int e^{2x + \sin x} dx + C)$

6). $\frac{dx}{dy} + yx = y$ x خط مستقیم $\rightarrow f(y) = y$, $q(y) = y$, $g(y) = \int f(y) dy = \frac{y^2}{2} \rightarrow x$

$$x = e^{-\frac{y^2}{2}} (\int y e^{\frac{y^2}{2}} dy + C) = 1 + C e^{\frac{y^2}{2}}$$

7). $\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} = y^2 \rightarrow q(y) = y^2$, $f(y) = -\frac{1}{y}$, $g(y) = \int f(y) dy = -\ln y$

$$x = y (\int y dy + C) = Cy + \frac{y^3}{2}$$

8). $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 1}$, $q(x) = 1 + x^2$, $g(x) = \int f(x) dx = -\ln(x^2 + 1) \rightarrow y = (x^2 + 1) (\int dx + C)$

$$= (x + C)(x^2 + 1)$$

8) $y' \cos y + \sin y \sin x, u = \sin y, u' + u \sin x \rightarrow f(x) \sin 1, g(x) \sin x$

$g(x) = \int f(x) dx \sin x, u \sin y = e^{-x} \left(\int x e^x dx + C \right) \sin x - 1 + C e^{-x}$

1) $y' - \frac{1}{x} y \sin y^2 \rightarrow \bar{y}^2 y' - \frac{1}{x} \bar{y}^2 \sin \bar{y}^2 - 1 \rightarrow u \sin \bar{y}', u' \sin \bar{y}^2 \rightarrow u' + \frac{1}{x} u \sin 1$ 6 مرتبه

$f(x) \sin \frac{1}{x}, g(x) \sin 1, g(x) = \int f(x) dx \sin \ln x \rightarrow u \sin e^{-\ln x} \left(\int x dx + C \right) \sin \frac{x}{2} + C \frac{1}{x}$

$y = \frac{2x}{x^2 + C}$

eng-hvac.mihanblog.com

4) $y - y \tan x \sin y^4 \cos x \rightarrow y^4 y' - y^3 \tan x \sin \cos x \rightarrow u \sin y^3, u' \sin -3 y^3 y'$

$u' + 3u \tan x \sin -3 \cos x \rightarrow f(x) \sin -3 \tan x \rightarrow g(x) \sin -3 \cos x, g(x) = \int f(x) dx$

$= -3 \ln \cos x \rightarrow u \sin \cos^3 x (-3 \int \sec^2 x dx + C) \sin \cos^3 x (-3 \tan x + C)$

$\rightarrow y \sin (C - 3 \tan x)^{-1/3} \sec x$

5) $\frac{dx}{dy} - \frac{1}{2y} x \sin - \frac{y^2 + 4}{2y} x^{-1} \rightarrow 2x \frac{dx}{dy} - \frac{1}{y} x^2 \sin \frac{y^2 + 4}{y} \rightarrow u \sin x^2, \frac{du}{dy} \sin 2x \frac{dx}{dy}$

$\frac{du}{dy} - \frac{1}{y} u \sin - \frac{y^2 + 4}{y} \rightarrow f(y) \sin -\frac{1}{y}, g(y) \sin -\frac{y^2 + 4}{y}, g(y) = \int f(y) dy \sin$

$-\ln y \rightarrow u \sin y \left(\int -\frac{y^2 + 4}{y^2} dy + C \right) \sin -y^2 + 4 + Cy \rightarrow x^2 + y^2 \sin 4 + Cy$

93, 1, 18

$$7) 2x^3 \frac{dx}{dy} - \frac{1}{y} x^2 = \cos y \rightarrow u = x^2, \frac{du}{dy} = 2x^3 \frac{dx}{dy} \rightarrow \frac{du}{dy} + \frac{1}{y} u = \cos y$$

$$u = x^2 \rightarrow y' \left(\int y \cos y dy + C \right) \rightarrow \frac{y}{x^2} = \cos y + y \sin y + C$$

$$8) y' + 4yx = 2x e^{-x^2} \sqrt{y} \rightarrow y' y^{-1/2} + 4xy^{-1/2} = 2x e^{-x^2} \rightarrow u = y^{1/2}, u' = \frac{1}{2} y^{-1/2} y'$$

$$u' + 2xu = x e^{-x^2} \rightarrow F(x) = 2x \rightarrow g(x) = x e^{-x^2}, g(x) = \int f(x) dx = x^2$$

$$u = e^{x^2} \left(\int x dx + C \right) = e^{x^2} \left(\frac{x^2}{2} + C \right) \rightarrow y = e^{2x^2} \left(\frac{x^2}{2} + C \right)^2$$

$$9) y' e^y + e^y = 4 \sin x, u = e^y, u' = y' e^y \rightarrow u' + u = 4 \sin x \rightarrow u = e^y = e^{-x} \left(\int 4 e^x \sin x dx + C \right)$$

$$\sin x dx + C) \rightarrow e^y = e^{-x} (2(\sin 2x - \cos x) + C)$$

* بهترین 6 شماره های 2 و 3 و 6 حل شده است.

eng-hvac.mihanblog.com

$$1) y' + Pxy = (P-1)e^P \rightarrow P dx = P e^P dP \rightarrow P \ln x = e^P + C$$

7

$$\rightarrow \begin{cases} y = (P-1)e^P \\ P = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -1 \quad \text{و جواب غیرفاده} \rightarrow \begin{cases} y = (P-1)e^P \\ x = e^P + C \end{cases} \quad \text{جواب عمومی (مستقیم)}$$

$$2) y' = P, x = P^3 - P + 2 \rightarrow dx = \frac{1}{x} dy = (3P^2 - 1) dP \rightarrow dy = (3P^3 - P) dP$$

$$y = \frac{3}{4} P^4 - \frac{1}{2} P^2 + C \rightarrow \begin{cases} x = P^3 - P + 2 \\ y = \frac{3}{4} P^4 - \frac{1}{2} P^2 + C \end{cases}$$

$$3) y = xy' - \frac{1}{y'} \rightarrow y = xC - \frac{1}{C} \quad \text{و کلاً} \rightarrow \begin{cases} y = xC - \frac{1}{C} \\ 0 = x + \frac{1}{C} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{y^2}{4} \quad \text{جواب غیرفاده}$$

$$4) y' = p, y = 2xp + \sin p \quad \text{بفرض } p = 2p + (2x + \cos p) \frac{dp}{dx} \rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2x}{p} = \frac{\cos p}{p}$$

$$x = -\frac{1}{p^2} (\sin p + \cos p - C) \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{p^2} (\sin p + \cos p - C) \\ y = \frac{2C}{p} - \frac{2 \cos p}{p} - \sin p \end{cases}$$

$$5) y' = p, y = x(1+p) + p^2 \quad \text{بفرض } p = 1 + p + (x + 2p) \frac{dp}{dx} \rightarrow \frac{dx}{dp} + x = -2p$$

$$x = e^{-p} \left(-\int p e^p dp + C \right) = C e^{-p} - 2p + 2 \rightarrow \begin{cases} x = C e^{-p} - 2p + 2 \\ y = C(1+p) e^{-p} - p^2 + 2 \end{cases}$$

$$6) x = \frac{y}{3p} - \frac{1}{3} y^2 p' \rightarrow y' = p, x = \frac{y}{3p} - \frac{1}{3} y^2 p \rightarrow 3dx = 3 \frac{dy}{p} - \frac{y dp - p dy}{p^2}$$

$$-2y p dy - y^2 dp \rightarrow (1 + y p^2)(2p dy + y dp) = 0 \rightarrow 1 - y p^2 = 0$$

$$2p dy + y dp = 0 \rightarrow p y^2 = C$$

eng-hvac.mihanblog.com

$$\begin{cases} x = \frac{y}{3p} - \frac{1}{3} y^2 p \\ 1 + y p^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 9x^2 + 4y^3 = 0 \quad \text{حالت غیرعادی}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y}{3p} - \frac{1}{3} y^2 p \\ p y^2 = C \end{cases} \Rightarrow y^3 - 3xC - C^2 = 0$$