

سنگ مخزن، محیطی متخلخل است که می تواند سیال را در خود جای دهد و سیالی می تواند درون آن جایجا شود. این محیط متخلخل از سه فاز گاز، نفت و آب اشباع شده است. حرکت این سیالات در این محیط متخلخل باید مطالعه شود.

برای مطالعه، نیاز به مدل ای از مخزن داریم. این مدل با براساس تقویرات مختلفی از مخزن برپایه داده ای شامل مرزها، لایه ها، فشار و گسل ها و... بوجود می آیند. معمولاً این مدل با آنقدر پیچیده اند که بر روشهای تحلیلی (Analytical) نمی توان آنها را بررسی کرد و باید از روشهای پیچیده عددی (Numerical) استفاده کرد. در ابتدا یک مدل استاتیک برای مخزن به دست می آید. تبدیل این محیط استاتیک به محیط دینامیک و پیچیده مهندس مخزن است.

سیال هنگامی در مخزن شروع به حرکت می کند که اختلاف فشار به وجود آید.

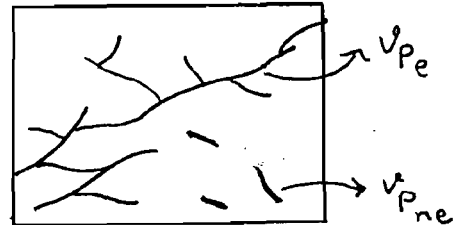


این اختلاف فشار با جفر چاه دیا تزریق به داخل مخزن به وجود می آید.

## “Fundamentals of Rock Properties”

★ تخلخل (Porosity) - توانایی یک محیط متخلخل (سنگ) برای ذخیره یک سیال -

$$\phi = \frac{\text{Pore Volume}}{\text{Bulk Volume}} = \frac{V_p \text{ (جم محیط متخلخل)}}{V_b \text{ (جم کل سنگ)}}$$



سیالاتی که در  $V_{pne}$  قرار دارند، قابل تولید نیستند. ( $V_p = \text{Pore Volume}$ )

$$V_b = V_g + V_p$$

$V_b$  = Bulk Volume حجم توده سنگ، جم هندسی سنگ

$V_g$  = Grain Volume حجم قسمت جامد سنگ

$$V_{pt} = V_{pe} + V_{pne}$$

$V_{pe}$  = Effective Pore Volume

$V_{pne}$  = Non-Effective Pore Volume

$$V_{pt} = \text{Total Pore Volume} = V_{pe} + V_{pne}$$

$\phi_a$  = Absolute Porosity

$\phi_e$  = Effective Porosity

$$\phi_a = \frac{V_{pt}}{V_b} \times 100 (\%)$$

$$\phi_e = \frac{V_{pe}}{V_b} \times 100 = \frac{\text{Interconnected Pore Volume}}{\text{Bulk Volume}}$$

در طبقه روابط هندسی مخزن، منظور از Porosity همان  $\phi_e$  است.

## اندازه گیری Porosity ( $\phi$ )

تخلخل توسط آزمایش مغزّه اندازه گیری می شود. هنگام عملیات حفاری از تم یا دیواره چاه نمونه ای به نام مغزّه (Core) می گیرند و آنها را در آزمایشگاه های سنگ پترئشنگاه مورد آزمایش قرار می دهند. دو نوع آزمایش: (در منفی  $\phi$  توسط ۱۵۹ نیز اندازه گیری می شود).

### 1) Routine Core Analysis:

- $k$  ( $k_H$  ,  $k_v$ ) تراوایی  
درجهت افقی درجهت عمودی
- $\phi$  تخلخل
- Lithology (پس سنگ) تخلخل
- Density چگالی
- $S_w$  ,  $S_o$  ,  $S_g$  اشباع

### 2) Special Core Analysis (SCAL):

- Wettability ترتیب دلی
- Relative Permeability ( $k_{ro}$  ,  $k_{rw}$  ,  $k_{rg}$ ) تراوایی نسبی
- $S_{or}$  (Residual Oil Saturation) نفت پسماند
- $S_c$  (Critical Saturation) اشباع بحرانی
- $S_{wi}$  (Connate Water Saturation) اشباع آب همزاد (Irreducible - Immobile)
- $P_c$  (Capillary Pressure) فشار موئینگی

محیط متخلخل از سیالاتی اشباع شده است که بررسی نسبت این سیال به نسبت می را به نام Saturation حجم

به وجود می آورد.

## \* Saturation

حجم از محیط متخلخل که توسط یک سیال اشباع شده باشد.

Saturation is defined as fraction or percent of the pore volume occupied by a fluid.

$S_o$  = Oil Saturation

$S_w$  = water Saturation

$S_g$  = Gas Saturation

$$S_o + S_w + S_g = 100\% = 1$$

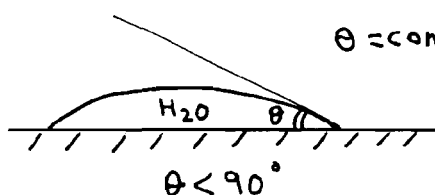
$$S_o = \frac{\text{حجم نفت در محیط متخلخل}}{\text{حجم متخلخل}} \times 100 (\%)$$

$$S_w = \frac{\text{حجم آب در محیط متخلخل}}{\text{حجم متخلخل}} \times 100 (\%)$$

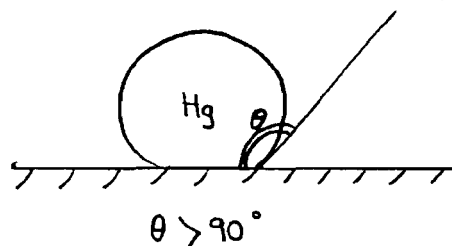
$$S_g = \frac{\text{حجم گاز در محیط متخلخل}}{\text{حجم متخلخل}} \times 100 (\%)$$

## \* Wettability

اگر یک قطره از سیال را بر روی سطح سختی بچکانیم، توانایی پخش شدن آن در سطوح مختلف متفاوت است. توانایی پخش و جذب یک سیال بر روی یک سطح سخت در حضور سیایی دیگر Wettability نامیده می شود.



wetting fluid



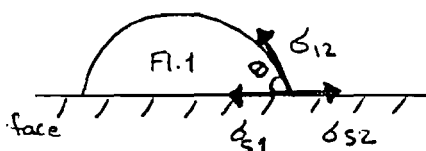
non-wetting fluid

اگر  $\theta < 90^\circ$  باشد، یعنی اگر سیال روی سطح پخش شده باشد، سیال Wetting Fluid است و در

غیر این صورت، سیال Non-Wetting است.

تعیین Wettability توسط اندازه گیری زاویه  $\theta$  انجام می شود.

Fl.2



$\sigma_{12}$  = نیروی کشش سطحی بین سیال 1 و 2

$\sigma_{s1}$  = نیروی کشش سطحی بین سطح و سیال 1

$\sigma_{s2}$  = نیروی کشش سطحی بین سطح و سیال 2

$$\sigma_{12} \times \cos \theta + \sigma_{s1} = \sigma_{s2} \implies \cos \theta = \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1}}{\sigma_{12}}$$

سؤال: آیا سنگ مخزن Oil Wet (نفت دوست) است یا Water wet (آب دوست) ؟

اگر نفت در روی سنگ پخش شده و جذب سنگ شده باشد، سنگ نفت دوست است. در حالت عکس سنگ آب دوست است.

برای تعیین Wettability نیاز به یک سیستم دو فازی داریم، برای مثال :

$H_2O - Air$  , Wetting Fluid =  $H_2O$

$Oil - Gas$  , Wetting Fluid =  $Oil$

$Oil - H_2O$  , بخشی - خواص سنگ دارد

وقتی که دو سیال Immiscible (غیر قابل امتزاج) در تماس با یک سطح هستند (سنگ) قرار می گیرند،

یکی از آنها تمایل بیشتری برای نفوذ و جذب شدن بر روی سنگ دارد. به این فاز پاشیال ، فاز ترکسته یا

Wetting Phase گویند .

### Intermediate Wettability

وقتی دو سیال غیر قابل امتزاج در تماس با سنگ قرار گیرند و هر دو جذب سنگ می شوند ، اما یکی از آنها اندکی بیشتر جذب سنگ می شود ، این نوع ترشوندگی را Intermediate Wettability گویند .

### Mixed Wettability

بعضی از سنگ ها دارای ترکیبات شیمیایی مختلف در مناطق مختلف مخزن هستند . در نتیجه در یک قسمت از سنگ آب و در قسمت دیگر آن نفت جذب سنگ می شود . به این خاصیت که در اثر نامخلطی سنگ

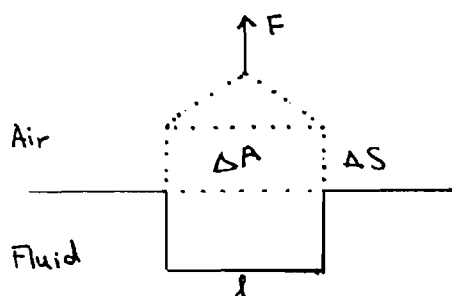
( Heterogeneity ) بوجود می آید ، Mixed Wettability گویند . ( به قسمت نفت آبدو و قسمت دیگر نفت در )

★ نیروی کشش سطحی ( Surface Tension )

دو سیال که با هم در تماس هستند ، دارای یک سطح تماس ( Interface ) هستند . نیروی کشش سطحی

در نتیجه نیروی Cohesion بوجود می آید . نیروی Cohesion ، نیروی پیوستگی بین مولکول های یک جسم هستند .

نیروی کشش سطحی عبارت است از مقدار کار لازم برای اینکه سطح یک سیال را به اندازه  $\Delta A$  بزرگ کنیم .



$$\delta = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F \cdot \Delta S}{2L \cdot \Delta S} = \frac{F}{2L} \left( \frac{\text{dynes}}{\text{cm}} \right)$$

دو سیال غیر قابل اختلاط با هم در تماسند :

- در صورتی که یکی از این دو سیال، مایع باشد و دیگری گاز، محبت از Surface Tension برپا می آید.

- در صورتی که هر دو سیال مایع باشند، این کشش سطحی، Interfacial Tension است.

دو سیال زمانی در هم حل می شوند که  $\gamma$  (Interfacial Tension) بین آنها صفر شود. ( $IFT = 0$ )

به عنوان مثال در تزریق گاز به داخل نفت،  $\gamma$  بستگی به دما، فشار و ترکیب نفت و گاز تزریقی دارد. اگر تزریق

غیر اختلاطی باشد، گاز فقط نفت را هل می دهد (Immiscible Displacement). اما اگر  $\gamma$  صفر

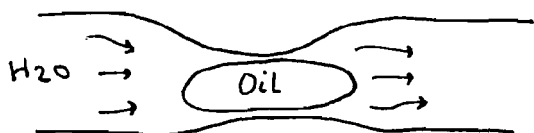
شود، Miscible Displacement می دهد.

برای اثبات Miscibility :

۱) باید اثبات کرد  $IFT = 0$ .

۲) باید خواص دو فاز به هم نزدیک و یکسان شود (دیکلوزیته ...); یعنی Similarity داریم.

منطقه جاروشده توسط آب (Swept Zone) :



نفت توسط نیروی Capillary Pressure به توده

یا (Viscouse force)

آواره و Displacing Forces وارده از سوی آب نمی تواند بر نیروی capillary غلبه کند.

بر این نفت، نفت پسماند (Residual Oil) گفته می شود.

$$\text{Capillary Number} = \frac{\text{Viscous Force}}{\text{Capillary Force}} = \frac{V_w \cdot \mu_w}{\sigma \cdot \cos \theta} = N_{ca}$$

برچه  $N_{ca}$  بزرگ تر باشد، بهتر است. حالت ایده آل هنگامی است که  $N_{ca}$  به سمت بی نهایت برود؛

یعنی مخرج صفر شود.  $\Rightarrow \text{Capillary Force} \rightarrow 0 \quad N_{ca} \rightarrow \infty$  : ایده آل

گاهی Wettability منگ در اثر فعل و انفعالات شیمیایی مخزن ریا تزریق به داخل آن تغییر می کند. اما

به دلیل بزرگی اجلا مخزن، امکان تغییر و اصلاح Wettability وجود ندارد، پس باید که راکاوش داد. برای

کلم کردن که، به مخزن Surfactant تزریق می کنند که در نتیجه Surface Tension را کم می کند. اگر که

صفر شود، با سیستم یک فازی سرد کار خواهیم داشت و نفت پیچاندی وجود نخواهد داشت.

سرعت آب ( $v_w$ ) نشان دهنده دبی آب تزریقی است ( $v_w = \frac{q}{A}$ ). اما بالا رفتن دبی ممکن است

باعث شکست منگ شود. همچنین به دلیل محدودیت تعداد پمپ، امکان تغییر  $v_w$  نیز وجود ندارد.

پس بهتر است برای بزرگ کردن صورت کسر در رابطه  $N_{ca}$ ، ویسکوزیته آب زیاده شود که برای این کار

از تزریق پلیمر استفاده می شود.

### \* فشار موئینگی (Capillary Pressure)

دو سیالی که با هم در تماس هستند، دارای یک سطح تماس (Interface) می باشند. هر سیال به این سطح تماس فشاری

را اعمال می کند. اختلاف این دو فشار را فشار موئینگی گویند.

$$P_c = P_{nw} - P_w$$

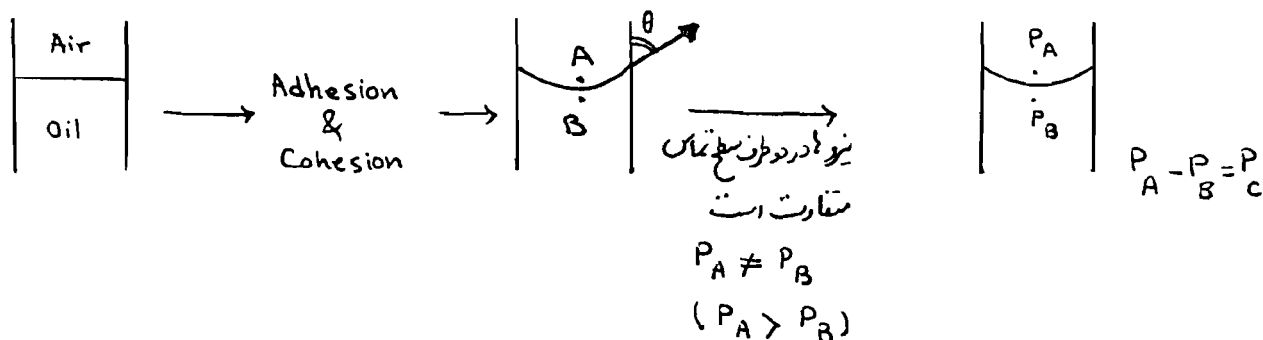
$P_{nw}$  = Non-Wetting Phase Pressure

$P_w$  = Wetting Phase Pressure

البته  $P_c$  همیشه مثبت نیست می تواند منفی هم باشد.  $P_c$  هم عامل رانش می تواند باشد و هم مانع آن!

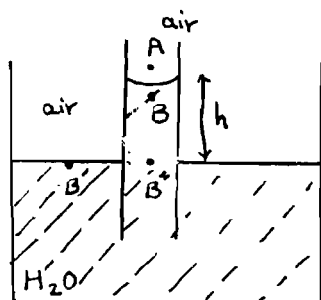


$P_c$  نتیجه نیروهای Adhesion و Cohesion است.



$$P_c = \frac{F}{A}$$

$P_c$  به صورت نیرو بر واحد سطح است.



نحوه محاسبه  $P_c$ :

Wetting Fluid =  $H_2O$

$\rho_w$  = چگالی آب ,  $\rho_a$  = چگالی هوا

نقاط هم تراز در یک سیال فشارهای مساوی دارند

$$P_{B'} = P_{B''}$$

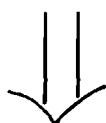
$$P_{B''} = P_B + hg \rho_w$$

$$P_{B'} = P_A + hg \rho_a$$

$$P_B + hg \rho_w = P_A + hg \rho_a$$

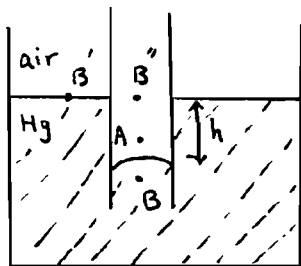
$$P_A - P_B = hg (\rho_w - \rho_a)$$

$$\underbrace{P_{air}}_{P_w} - \underbrace{P_{H_2O}}_{P_w} = hg \Delta \rho$$



$$P_c = hg (\rho_w - \rho_a) = hg \Delta \rho$$

$P_c$  نتیجه اختلاف چگالی دو سیال است. برچه این اختلاف چگالی بیشتر شود،  $P_c$  افزایش می یابد و  $h$  زیاد می شود.



Wetting Fluid = Air

$\rho_m$  = چگالی مایه ،  $\rho_a$  = چگالی هوا

$$P_B > P_A$$

$$P_{B'} = P_B$$

$$P_A = P_{B'} + h g \rho_a \Rightarrow P_{B'} = P_A - h g \rho_a$$

$$P_B = P_{B'} + h g \rho_m \Rightarrow P_{B'} = P_B - h g \rho_m$$

$$P_A - h g \rho_a = P_B - h g \rho_m$$

$$\underbrace{P_{\text{mercury}}}_{P_{nw}} - \underbrace{P_{\text{air}}}_{P_w} = h g (\rho_m - \rho_a)$$

$$P_c = h g (\rho_m - \rho_a) = h g \Delta \rho$$

$P_c$  نتیجه اختلاف چگالی بین در فاز هوا و مایه است.

رابطه لاپلاس

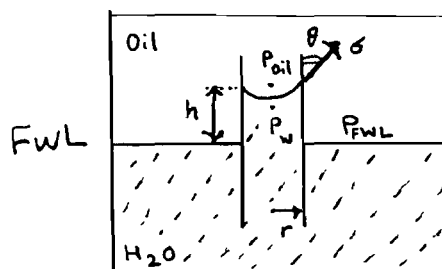
$$P_c = \Delta \rho g h = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r}$$

$\sigma$  = interfacial tension

$r$  = شعاع لوله

$\theta$  = contact angle

$$P_c = f(\sigma, r, \theta)$$



در FWL فشار دو فاز با هم برابر است، یعنی  $P_c = 0$ .

$$@ \text{FWL} : P_o = P_w \Rightarrow P_c = 0$$

$$\text{Upward Force} = \sigma \cos \theta \cdot 2\pi r$$

چون  $P_c$  بر دیواره  $\downarrow$  وارد می شود.

FWL = Free Water Level سطح آزاد آب ، Wetting Fluid =  $H_2O$  ،  $P_o$  = چگالی نفت -  $P_w$  = چگالی آب

$$P_o = \text{فشار فاز نفت}$$

$$P_w = \text{فشار فاز آب}$$

در شکل بالا ، دو فاز نفت و آب وجود دارد.

$$@ \text{FWL} : P_o = P_w$$

$$@ h \text{ above FWL} : P_o = P_{FWL} - hg\rho_o$$

$$@ h \text{ above FWL} : P_w = P_{FWL} - hg\rho_w$$

$$P_o - P_w = (\rho_w - \rho_o) gh = P_c$$

$$\text{Downward Force} = (\rho_w - \rho_o) gh \cdot \pi r^2$$

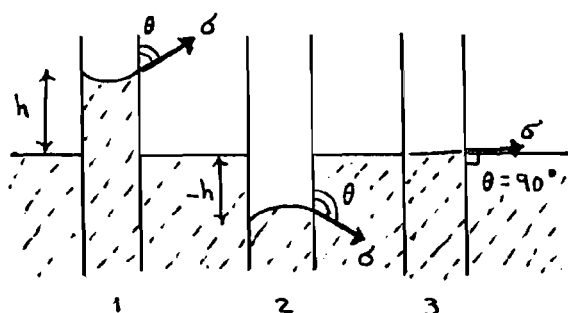
$$@ \text{equilibrium} : \text{Downward Force} = \text{Upward Force}$$

$$\underbrace{(\rho_w - \rho_o) gh \cdot \pi r^2}_{P_c} = \sigma \cos \theta \cdot 2\pi r$$

$$P_c \cdot \pi r^2 = \sigma \cos \theta \cdot 2\pi r$$

$$P_c \cdot r = \sigma \cos \theta \cdot 2$$

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} \quad \dots \text{رابطه دایویدسون}$$



$$1) h > 0 \Rightarrow P_c > 0, \text{ if } \cos \theta > 0 \Rightarrow 0^\circ \leq \theta < 90^\circ$$

در این حالت دیواره ای لوله موئین آب دوست است.

$$2) h < 0 \Rightarrow P_c < 0, \text{ if } \cos \theta < 0 \Rightarrow 90^\circ < \theta \leq 180^\circ$$

در این حالت دیواره ای لوله موئین نفت دوست است.

$$3) h = 0 \Rightarrow P_c = 0, \text{ if } \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

منحنی  $P_c$  تابعی از اشباع (S)

در ابتدا انواع مکانیسم های رانش (Drive Mechanisms) را ذکر می کنیم.

به طور کلی دو مکانیسم رانش وجود دارد :

(۱) ریزش Drainage (۲) آشام Imbibition

- Drainage : برگه در یک مکانیزم جایابی، سیال nw، سیال w را براند و میزان اشباع سیال w

در محیط متخلخل کم شود، به این مکانیسم رانش، « ریزش Drainage » گویند.

- Imbibition : برگه در یک مکانیزم رانش، سیال w، سیال nw را براند و میزان اشباع سیال nw

در محیط متخلخل کاهش یابد، به این مکانیزم رانش، « آشام Imbibition » گویند.

مثال : اسفنجی را در نظر بگیرید که از هوا اشباع شده است (سیال nw). آن را درون آب می اندازیم.

آب (سیال w) در اثر نیروی رانش  $P_c$  از پایین حرکت کرده و هوا را از محیط متخلخل می راند. به این پدیده

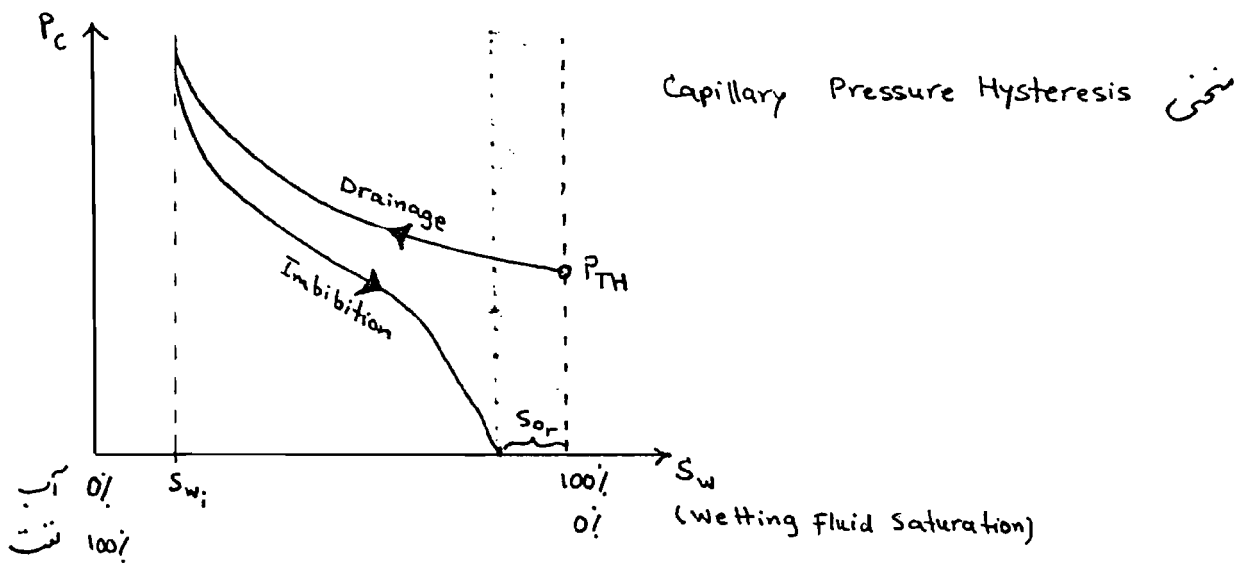
Imbibition گویند.

نتیجه : در پدیده Imbibition فشار موئینگی  $P_c$ ، نیروی رانش سیال nw از محیط متخلخل است.

ادله مثال : اسفنج را از آب در آورده و آن را روی زمین می گذاریم. اکنون هوا (سیال nw) مجدداً دارد

محیط متخلخل شده و آب را از محیط متخلخل می راند. به این پدیده Drainage گویند.

نتیجه : در پدیده Drainage فشار موئینگی  $P_c$ ، نیروی مقاوم در برابر ورود سیال nw به محیط متخلخل است.



$S_{wi}$  = Connate Water Saturation / Irreducible Water Saturation = اشباع آب همراه

$S_{or}$  = Residual Oil Saturation اشباع نفت پس ماند

سنگ مخزن در ابتدا محیطی متخلخل و اشباع از آب (سیال wet) بوده است. نفت از سنگ مادر به سنگ مخزن می رسد که از آب (سیال w) اشباع است. نفت سیال nw است. نیروی  $P_c$  از ورود نفت به این سنگ مقاومت می کند. هرچه فضای متخلخل بزرگتر باشد (r بیشتر باشد)، نیروی مقاوم کمتر است؛ پس نفت از بزرگترین حفره شروع به اشغال محیط می کند.

در پدیده Drainage کمترین  $P_c$  که سیال nw بر آن غلبه می کند و دارد محیط متخلخل می شود،  $P_{TH}$  یا Threshold Pressure (فشار آستانه) نامیده می شود.

اما چون آب یک عنصر بومی بوده است، نفت قادر به خارج کردن تمامی آن نیست و مقداری آب به عنوان  $S_{wi}$  باقی می ماند. به این آب، آب همراه یا connate water گویند.

## نفت پسماند

نقطی است که توسط فشار برینگی  $P_c$  به تله افتاده است و قابل تولید نمی باشد.

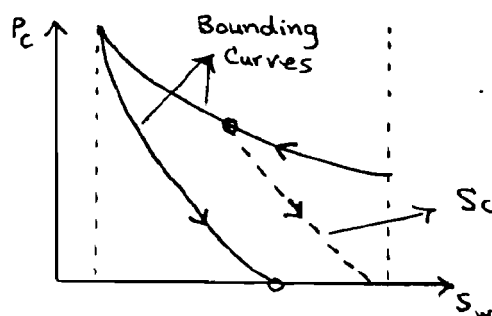
نفت پسماند توسط روش های از دیار برداشت تولید می شود (اما میزان  $S_{or}$  صفر نمی شود).

نفت دارد محیط تتخلل می شود و آب را می راند  $P_o > P_{TH} \Rightarrow$

Imbibition یک Spontaneous Capillary Suction (کاهش برینگی خود به خودی) است.

Hysteresis پدیده ای است که تابعی از جهت تغییرات اشباع (کاهش یا افزایش آن) می رفت متفاوت از میز برگشت باشد.

در نمودار Capillary Pressure Hysteresis ممکن است سیال nw به میزان حد اکثر خود نرسد و در



نیمه کار شروع به برگشت کند. میز برگشت به روش های مختلفی رسم می شود.

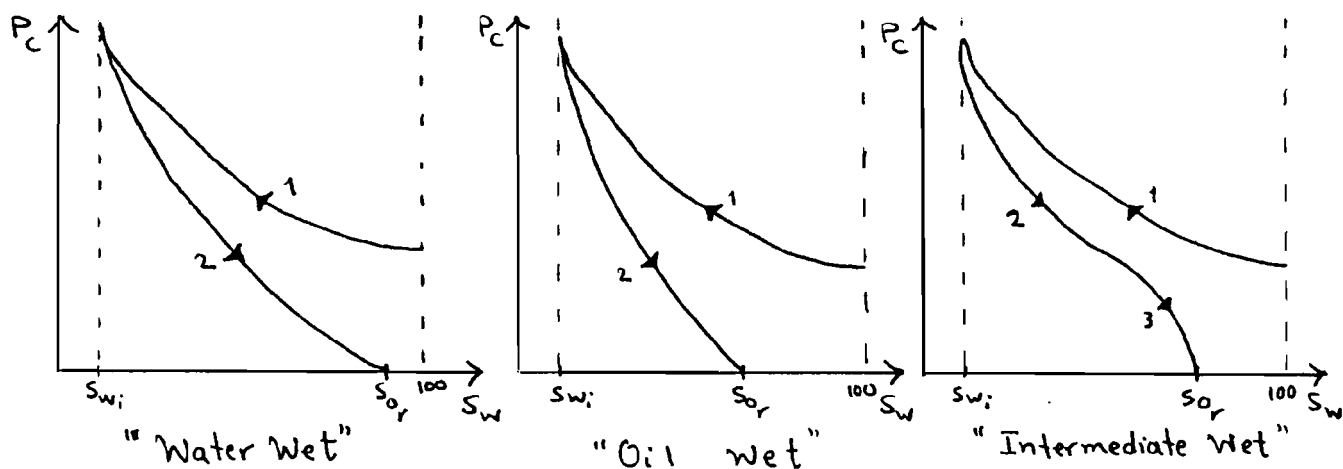
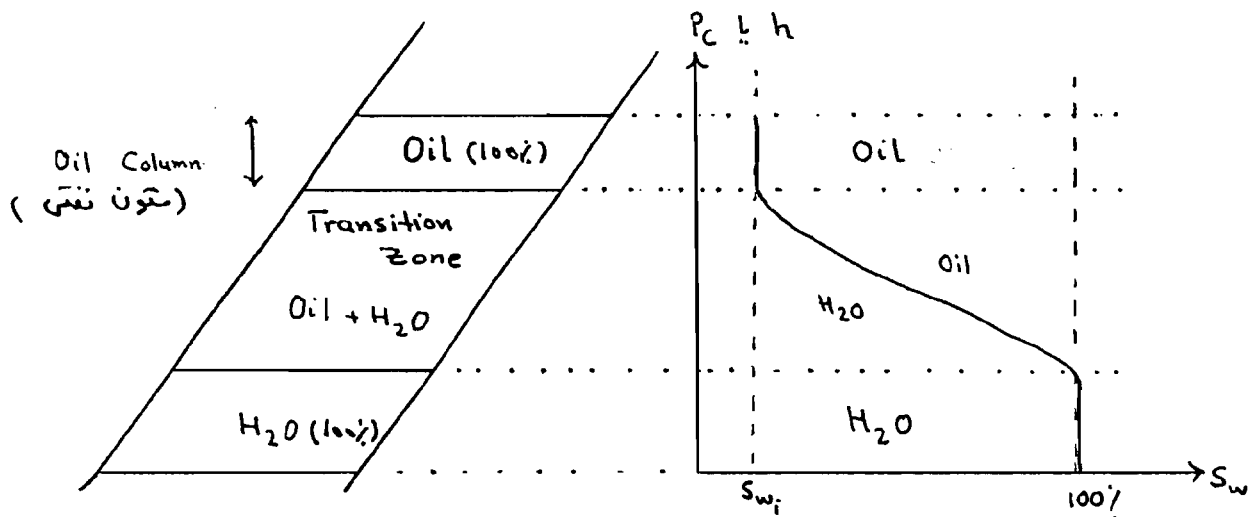
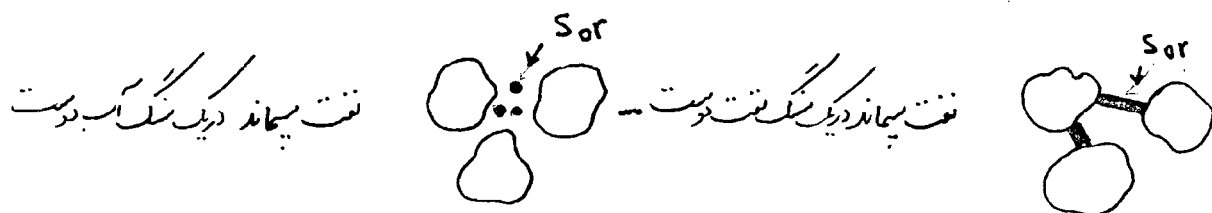
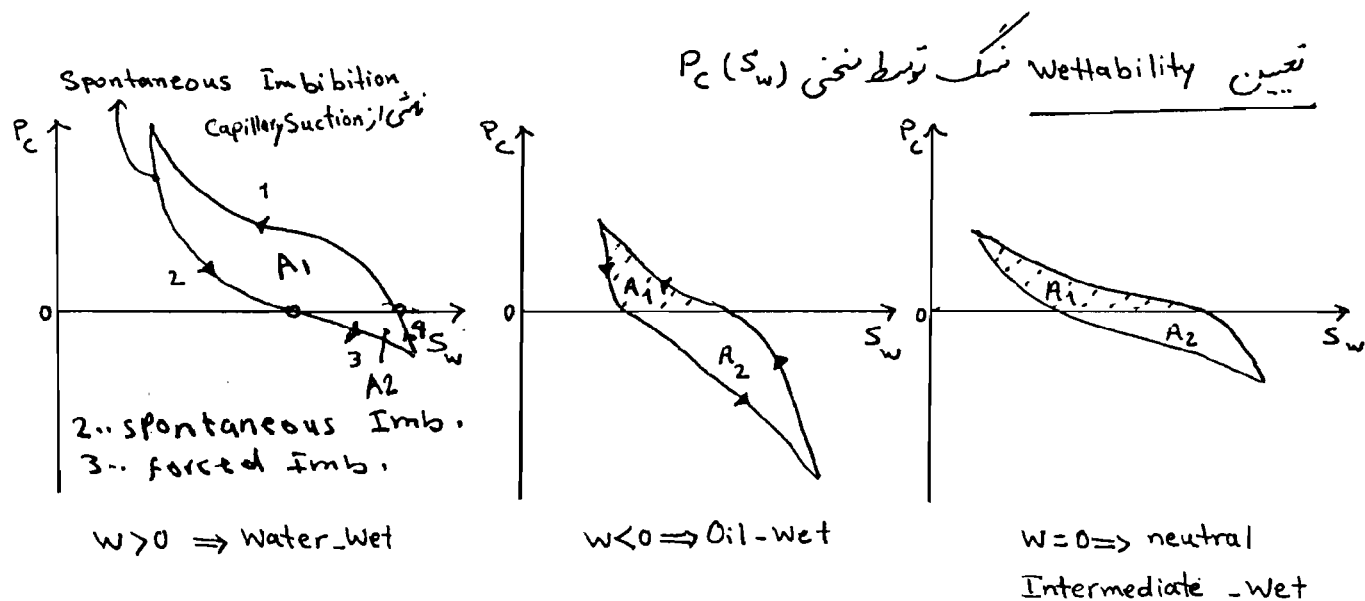


Diagram Phases :

- 1) Drainage
- 2) Spontaneous Imbibition
- 3) Forced Imbibition



نتیجه: در یک سیستم چندفازی،  $P_c$  نشان دهنده توزیع سیالات به طور عمودی است.  
در یک سیستم تک فازی،  $P_c$  معنایی ندارد.



$$W = \log \frac{A_1}{A_2}$$

$A_1, A_2$  سطح زیر منحنی هستند.

این نمودار در آزمایشگاه به دست می آید.

Forced Imbibition توسط یک نیروی خارجی مثلاً هگش یا پمپ اعمال می شود. بدین صورت:

سیال  $nW$  را با پمپ به درون محبط تعلقی وارد می کنیم (سیر 1). حال اگر این پمپ را خاموش کنیم،

سیر 2 ایجاد می شود. حال اگر با پمپ سیال  $W$  را بکنیم، سیر 3 طی می شود. با خاموش کردن

پمپ سنی 4 به دست می آید.

معمولاً آزمایش مقدار  $P_{TH}$  را نمی دهد که آن را صفر می گیریم.

(معمولاً مقدار  $P_{TH}$  در گزارشات  $PVT$  داده شده است - و مقدار آنرا صفر می گیریم).



## سیستم های واحدی

1) Metric Units

2) (Oil) Field Units

3) LAB Units

سیستم میارین نفتی

سیستم آزمایشگاهی در مقیاس کوچک

Quantity	Metric	Field	LAB
Length, Depth, Radius	m	ft	cm
Time	days	days	hrs.
Density	kg/m <sup>3</sup>	lb/ft <sup>3</sup>	gr/cm <sup>3</sup>
Pressure	bars	psia	atm
Compressibility	1/bars	1/psia	1/atm
Viscosity	pa.s	cp	cp
Permeability	m <sup>2</sup>	md	md
Liquid Volume	Sm <sup>3</sup>	STB	SCC
Gas Volume	Sm <sup>3</sup>	scf (MSCF)	SCC
Liquide Rate	Sm <sup>3</sup> /day	STB/day	SCC/hr (SCC/S)
Gas Rate	Sm <sup>3</sup> /day	MSCF/day	SCC/hr (SCC/S)
Temperature	°C	°F	°C

PSI = pound per square inch = lb/in<sup>2</sup> , Pa = N/m<sup>2</sup> , CP = Centi poise

Sm<sup>3</sup> = Surface m<sup>3</sup> (Standard m<sup>3</sup>) , STB = standard Barrel  
شرایط محلی در اطراف چاه استاندارد است.

شرایط استاندارد آمریکایی : T<sub>sc</sub> = 60°F = 15°C , P<sub>sc</sub> = 14.7 psia

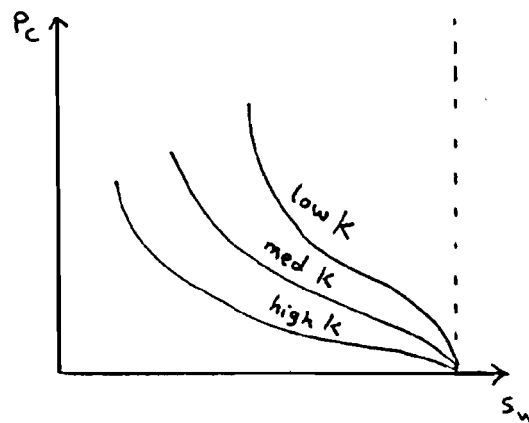
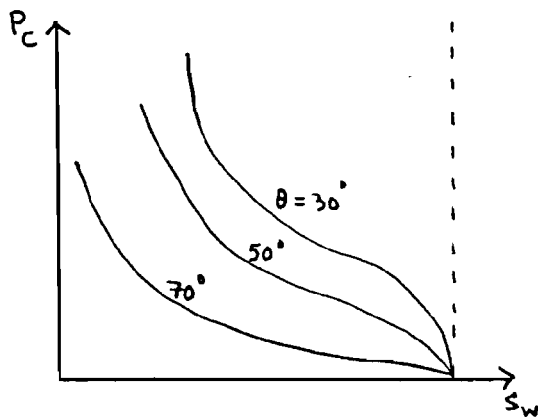
شرایط استاندارد اروپایی : T<sub>sc</sub> = 5°C , P<sub>sc</sub> = 14.7 psia

bbl = blue barrel , SCC = standard Cubic Centimeter

SCF = standard Cubic Foot , M = 10<sup>3</sup> = 1000 , MM = 10<sup>6</sup> = 1000000

؟

$$P_c = h g \Delta \rho = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r}$$

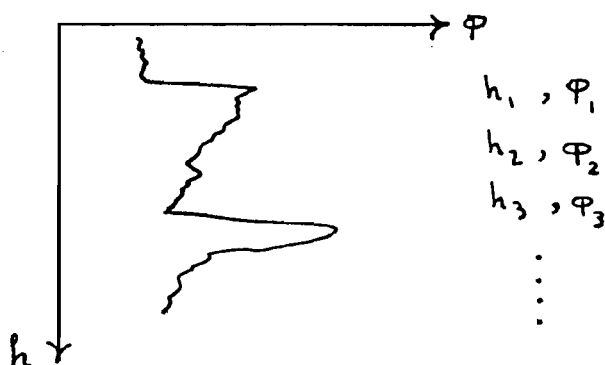


برچه تراوایی کمتر باشد،  $r$  کمتر است و در نتیجه  $P_c$  بیشتر است.

توانایی یک محیط متخلخل برای ذخیره یک سیال را تخلخل گویند.

به میزان درصد حجمی از محیط متخلخل که توسط یک سیال پر شده را درجه اشباع گویند.

توسط Core Analysis به  $\log$  تعیین می شود  $\rightarrow \phi, S_w, S_g, S_o$



شکل روبه رو -  $\phi$  را در عمق های مختلف مخزن نشان می دهد - این داده را می توان از یک  $\log$  پلاست آورد - سوال: مقدار متوسط تخلخل (چه) چقدر است؟

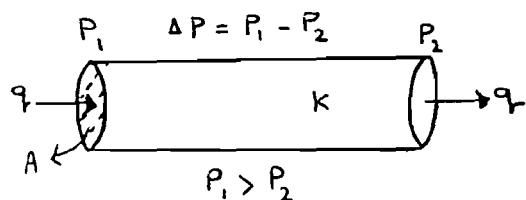
$$\bar{\phi} = \frac{\sum \phi_i h_i}{\sum h_i}$$

average

$$\text{Porosity Weighted Saturations: } \bar{S}_w = \frac{\sum S_{wi} \cdot h_i \cdot \phi_i}{\sum h_i \cdot \phi_i}, \bar{S}_o = \frac{\sum S_{oi} \cdot h_i \cdot \phi_i}{\sum h_i \cdot \phi_i}$$

\*تراوایی (Permeability) (K)

توانایی یک سنگ یا محیط متخلخل در عبور دادن یا گذر دادن یک سیال از خود را تراوایی گویند.



K توسط رابطه ساده دارسی محاسبه می شود.

$$q = \frac{A K}{\mu} \frac{\Delta P}{l}$$

گرانروی سیال =  $\mu$  ، تراوایی = K ، سطح مقطعی که سیال از آن عبور می کند = A

طول = l ، افت فشار (Pressure drop)  $\Delta P = P_1 - P_2$  ، دبی = q

شیب فشار (Pressure Gradient)  $\frac{\Delta P}{l}$

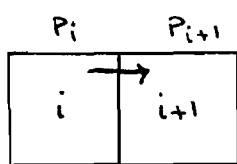
اگر سیال تراکم پذیر باشد ،  $q$  ورودی برابر با  $q$  خروجی است.

اگر سیال تراکم پذیر باشد ،  $q_1$  دبی ورودی و  $q_2$  دبی خروجی است.

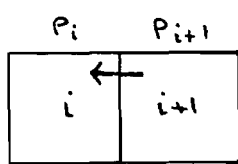
در اثر تراکم پذیری ، حجمی از سیال درون محیط متخلخل باقی می ماند.

شیب فشار یک نیروی رانش است. سیال به طور کلی از نقطه ای که فشار بیشتری دارد به طرف نقطه ای

که فشار کمتری دارد ، حرکت می کند.



$$P_i > P_{i+1}$$



$$P_{i+1} > P_i$$

بر اساس تحقیقات

$$\text{رابطه داری} \begin{cases} \text{برای چاه نفتی} : q \propto \Delta P \\ \text{برای چاه گازی} : q \propto \Delta P^2 \end{cases}$$

شیب فشار  $(\frac{\partial P}{\partial l} \text{ یا } \frac{\partial P}{\partial x})$  باعث رانش سیال از نقطه ① به نقطه ② می شود.

$$k = \frac{q_{\mu}}{A} \cdot \frac{l}{\Delta P}$$

$$q_o = \frac{A k_o}{\mu_o} \frac{\Delta P_o}{l} \Rightarrow \Delta P_o = P_{o_1} - P_{o_2}$$

$$q_g = \frac{A k_g}{\mu_g} \frac{\Delta P_g}{l} \Rightarrow \Delta P_g = P_{g_1} - P_{g_2}$$

تراوایی مطلق خاصیت سنگ است و به سیال درون آن بستگی ندارد.

$$\text{Metric} : [k] = \frac{(m^3 \cdot s^{-1}) \cdot (N \cdot m^{-2} \cdot s)}{(m^2)} \cdot \frac{(m)}{(N \cdot m^{-2})} \Rightarrow [k] = m^2$$

$$\text{LAB} : [k] = \frac{(cm^3 \cdot s^{-1}) (CP)}{(cm^2)} \cdot \frac{(cm)}{atm} \Rightarrow [k] = \text{darcy}$$

$$1 \text{ darcy} = 0.987 \times 10^{-12} (m^2) \Rightarrow 1 \text{ darcy} \approx 10^{-12} (m^2)$$

اشکال مختلف تراوایی

$$\begin{cases} 1. \text{ Absolute Permeability } (k) \\ 2. \text{ Effective Permeability } (k_e) \{k_o, k_w, k_g\} \\ 3. \text{ Relative Permeability } (k_r) \end{cases}$$

اگر یک محلول متخلخل از یک سیال اشباع شده باشد، در این صورت صحبت از تراوایی مطلق می کنیم. تراوایی

مطلق (k) یک خاصیت مربوط به سنگ است و بستگی به سیالی که در آن جاری می باشد، ندارد.

اگر یک محلول متخلخل از دو یا سه سیال اشباع شده باشد، در این صورت صحبت از تراوایی نسبی  $(k_e)$  می کنیم.

نسبت تراوایی موثر به تراوایی مطلق را تراوایی نسبی گویند.

$$k_r = \frac{k_e}{k} \Rightarrow k_e = k_r \cdot k$$

$$k_{r_o} = \frac{k_o}{k}, \quad k_{r_w} = \frac{k_w}{k}, \quad k_{r_g} = \frac{k_g}{k}$$

$$k_g + k_o + k_w \leq k, \quad k_{r_g} + k_{r_o} + k_{r_w} \leq 1$$

در برخی موارد فاز دیگری مانند آسفالتن یا گل که جابه محسوب می شوند، نیز در سیستم وجود دارد.

$$q_r = \frac{AK}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad \frac{q_r}{A} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L} \Rightarrow u = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L} = \text{سرعت ظاهری}$$

$$\frac{q_r}{A\phi} = \frac{u}{\phi} = \text{سرعت حقیقی}$$

مثال: یک سنگ از سه فاز (سیال) نفت، گاز و آب اشباع شده است. سرعت داری حرکت پر سیال (ظاهری)

چقدر است؟

$P_o$ : فشار نفت

$$q_o = \frac{AK_o}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P_o}{L} \Rightarrow \frac{q_o}{A} = u_o = \frac{k_o}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P_o}{L} \Rightarrow u_o = \frac{k_{r_o} \cdot k}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P_o}{L}$$

$$q_w = \frac{AK_w}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P_w}{L} \Rightarrow \frac{q_w}{A} = u_w = \frac{k_w}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P_w}{L} \Rightarrow u_w = \frac{k_{r_w} \cdot k}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P_w}{L}$$

$$q_g = \frac{AK_g}{\mu_g} \cdot \frac{\Delta P_g}{L} \Rightarrow \frac{q_g}{A} = u_g = \frac{k_g}{\mu_g} \cdot \frac{\Delta P_g}{L} \Rightarrow u_g = \frac{k_{r_g} \cdot k}{\mu_g} \cdot \frac{\Delta P_g}{L}$$

$$\frac{\Delta P_o}{L} = \text{شیب فشار نفت}, \quad \frac{\Delta P_w}{L} = \text{شیب فشار آب}, \quad \frac{\Delta P_g}{L} = \text{شیب فشار گاز}$$

(هر سه شیب منفی (-) هستند)

مثال: یک نمونه نقره (core) به سطح مقطع  $2 \text{ cm}^2$  و به طول  $3 \text{ cm}$  آب شوری به گراندولی  $1 \text{ cp}$

با دبی  $0.5 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  را تحت اختلاف فشار  $12 \text{ atm}$  از خود عبوری دهد. نفوذپذیری مطلق آن را

حساب کنید.

$$k = \frac{q_{\mu}}{A} \cdot \frac{l}{\Delta p} = \frac{0.5 \times 1}{2} \times \frac{3}{12} = 0.0625 \text{ darcy (if } S_w = 100\%)$$

ادامه مثال: اگر یک نفت با گرانی 3 cp تحت همان اختلاف فشار جابجایی آب بشود، خواهم دید که دبی

جریان نفت  $\frac{cm^3}{s}$  0.167 خواهد شد. در این حالت نفوذ پذیری مطلق چقدر است؟

$$k = \frac{q_{\mu}}{A} \cdot \frac{l}{\Delta p} = \frac{0.167 \times 3}{2} \times \frac{3}{12} = 0.0625 \text{ darcy}$$

• نتیجه: نفوذ پذیری مطلق یک سنگ مشخصه‌ای است که منقض سنگ می باشد و به سیالی که درون سنگ جریان دارد مربوط نمی شود؛ به شرط آن که سیال فضای متخلخل سنگ را 100٪ اشباع کرده باشد.

ادامه مثال: اگر آزمایش را بروی همین نمونه مغزه به مخلوطی از آب بشور با درجه اشباع 70٪ و نفت با درجه

اشباع 30٪ تکرار کنیم، مشاهده می شود که تحت همان افت فشار و به ازاء این درجات اشباع، دبی جریان

آب  $\frac{cm^3}{s}$  0.3 و دبی جریان نفت  $\frac{cm^3}{s}$  0.02 خواهد بود. در این صورت نفوذ پذیری موثر نفت

و آب چقدر است؟

$$k_o = \frac{q_o \mu_o}{A} \cdot \frac{l}{\Delta p} = \frac{0.02 \times 3}{2} \times \frac{3}{12} = 0.225 \text{ darcy}$$

$$k_w = \frac{q_w \mu_w}{A} \cdot \frac{l}{\Delta p} = \frac{0.3 \times 1}{2} \times \frac{3}{12} = 0.045 \text{ darcy}$$

• نتیجه: نفوذ پذیری موثر، نفوذ پذیری سنگ نسبت به سیال به خصوصی است، وقتی که آن سیال کمتر از 100٪ از فضای متخلخل سنگ را اشباع کرده باشد.

• ادامه مثال :  $k_{rw}$ ،  $k_{ro}$ ، نسبت تحرک را باید (M) :

$$K_{ro} = \frac{k_o}{k} = \frac{0.225}{0.0625} = 3.6$$

$$K_{rw} = \frac{k_w}{k} = \frac{0.045}{0.0625} = 0.72$$

$$\text{Mobility Ratio } M = \frac{q_w}{q_o}$$

$$M = \frac{\frac{A \cdot k_w}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P}{l}}{\frac{A \cdot k_o}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P}{l}} = \frac{k_w / \mu_w}{k_o / \mu_o} = \frac{k_w \cdot \mu_o}{k_o \cdot \mu_w} \Rightarrow M = \frac{0.045 \times 3}{0.225 \times 1} =$$

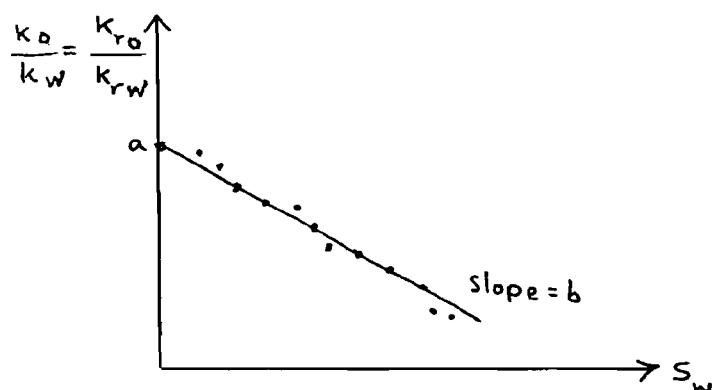
(چون داده از مخزن و در آزمایشگاه بدست آمده،  $\Delta P$  یکسان است)

به نسبت تلاطمی مشترک برانرزی، Mobility گویند.

$$\frac{k_w}{\mu_w} = \lambda_w = \text{Water Mobility}, \quad \frac{k_o}{\mu_o} = \lambda_o = \text{Oil Mobility}$$

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o}, \quad M = \frac{k_{rw}}{k_{ro}} \cdot \frac{\mu_o}{\mu_w}$$

$$\frac{k_o}{k_w} = \frac{k_{ro}}{k_{rw}} = a \cdot e^{-b \cdot S_w}$$

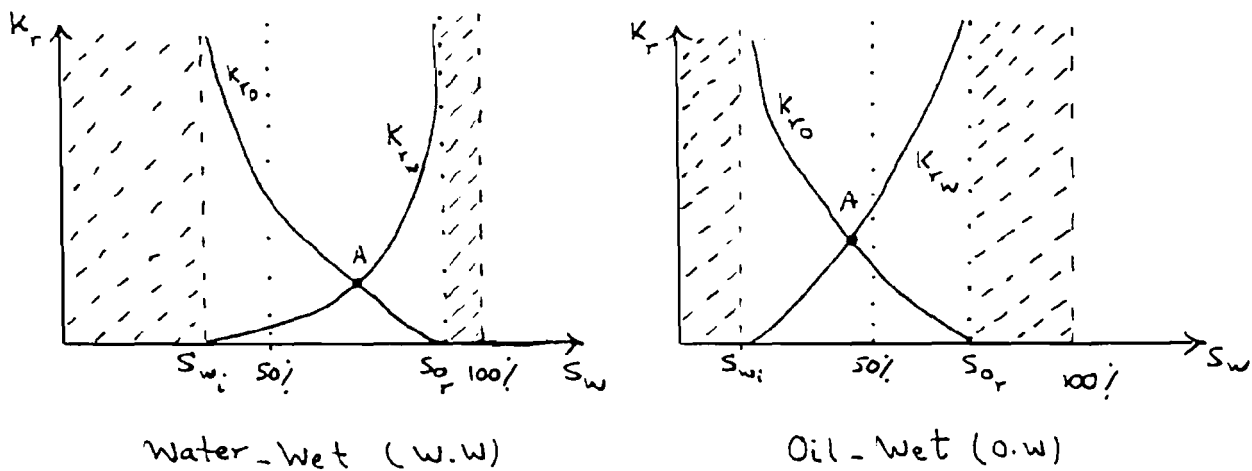


$$\lambda_w = \text{water Mobility} = \frac{k_w}{\mu_w}$$

$$\lambda_o = \text{Oil Mobility} = \frac{k_o}{\mu_o}$$

$$\lambda_g = \text{Gas Mobility} = \frac{k_g}{\mu_g}$$

• منحنی های  $K_r$  تابعی از اشباع -  $K_r(S_w)$



توسط منحنی های  $K_r(S_w)$  می توان Wettability سنگ را تشخیص کرد.

توجیه اختلاف در نمودار در نقاط زیر ضروری است :

$$S_{wi}(w.w) > S_{wi}(o.w)$$

$$S_{or}(w.w) < S_{or}(o.w)$$

$$\lambda_o(w.w) > \lambda_o(o.w)$$

$$\lambda_w(w.w) < \lambda_w(o.w)$$

در سنگ w.w نقطه A (محل تلاقی در منحنی) یعنی منطقه ای که  $K_{ro} = K_{rw}$ ، سمت راست خط 50٪ قرار دارد.

قرار دارد، اما در سنگ o.w نقطه A سمت چپ خط 50٪ قرار دارد.

$\bar{K}$  = Average Absolute Permeability

$\bar{K}_{rw}$  = Average Relative Permeability of wetting Fluid

$\bar{K}_{rnw}$  = Average Relative Permeability of Non-wetting Fluid

$$\bar{K} = \frac{\sum K_i h_i}{\sum h_i} = \frac{K_1 h_1 + K_2 h_2 + \dots}{h_1 + h_2 + \dots}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{K}_{rw} = \frac{\sum K_i h_i K_{rwi}}{\sum K_i h_i} \\ \bar{K}_{rnw} = \frac{\sum K_i h_i K_{rnwi}}{\sum K_i h_i} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Dynamic Pseudo} \\ \text{Relative Permeability} \end{array}$$



K (تراوایی مطلق) را می توان از آزمایش های مغزه در Core lab به دست آورد، دیا توسط آنالیز تست های

فشار می توان تعیین کرد. اما در رابطه تجربی موجود، تراوایی مطلق تا حدودی قابل محاسبه کرد. از آن جمله:

### 1. The Timer Equation

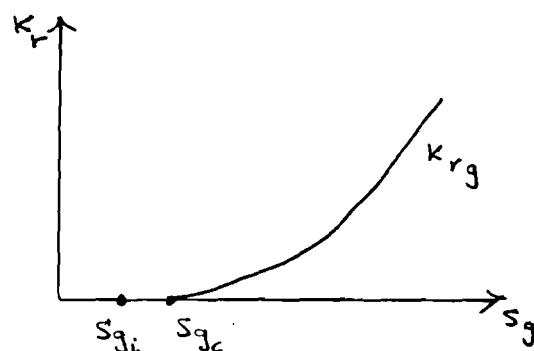
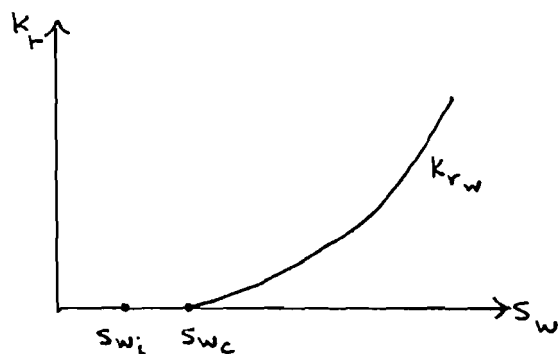
$$K = 8.58102 \frac{\varphi^{4.4}}{S_{wc}^2}$$

که در آن  $S_{wc}$  اشباع بحرانی آب (Critical Water Saturation) است.

### 2. The Morris - Biggs Equation

$$K = 61.5 \left( \frac{\varphi^3}{S_{wc}} \right)^2 \quad \text{for oil reservoirs}$$

$$K = 2.5 \left( \frac{\varphi^3}{S_{wc}} \right)^2 \quad \text{for gas reservoirs}$$



End Points

$$\begin{cases} S_{wi} = \text{Connate Water Saturation} \\ S_{wc} = \text{Critical Water Saturation} \\ S_{gi} = \text{Connate Gas Saturation} \\ S_{gc} = \text{Critical Gas Saturation} \end{cases}$$

کمترین میزان اشباع آب در مخزن

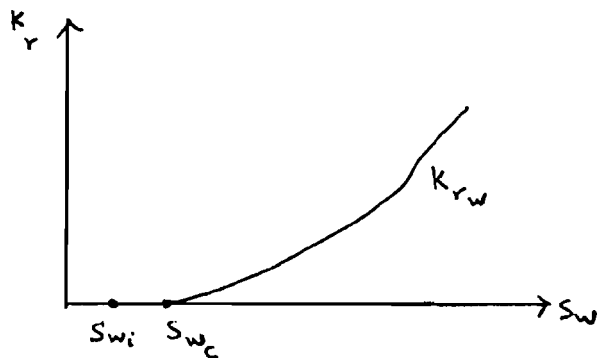
کمترین میزان اشباع گاز در مخزن

اشباع بحرانی آب ( $S_{wc}$ ): بزرگترین میزان اشباع آب است که به ازای آن آب بنهیز ساکن (Immobile) است.

اشباع بحرانی گاز ( $S_{gc}$ ): بزرگترین میزان اشباع گاز بنهیز ساکن است یعنی اگر میزان اشباع گاز از  $S_{gc}$  بیشتر شود، گاز شروع به حرکت می کند.

## Breakthrough Time

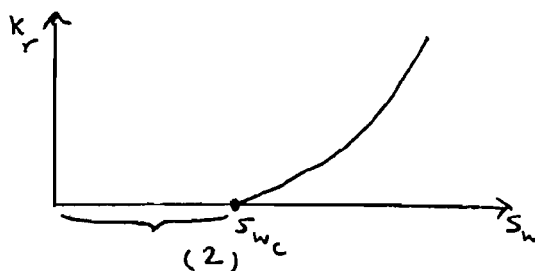
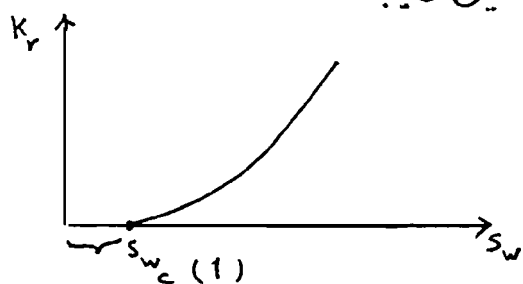
مدت زمانی که طول می کشد تا آب تزریقی، نفت را براند و به چاه تولیدی برسد، یعنی چاه به آب رسیده باشد.



هرچه این زمان طولانی تر باشد، بهتر است.

$S_{wi}$  میزان اشباع اولیه آب در مخزن است. با تزریق آب اشباع آب زیاد می شود تا به  $S_{wc}$  می رسد و پس

از آن شروع به حرکت می کند. هرچه سرعت بیشتر باشد،  $K_r$  افزایش می یابد.



Breakthrough Time برای نمودار (2) بیشتر است.

## Dynamic Pseudo Relative Permeabilities

اگر مخزنی از چند لایه تشکیل شده باشد (Multi-layer) و حداقل دو فاز در آن در حرکت باشد (نفی)

$K_r(S_w)$  وجود دارد،  $K_r$  متوسط مخزن Dynamic Pseudo Relative Permeability

Pseudoization = averaging

امید می شود.  $(\bar{K}_r)$

چون  $K_r$  منظر حرکت است،  $K_r$  Dynamic برای آن به کار برده می شود.

$$\bar{K}_{rw} = \frac{\sum (kh)_i (k_{rw})_i}{\sum (kh)_i} \quad \text{for wetting fluid}$$

$$\bar{K}_{r_{nw}} = \frac{\sum (kh)_i (k_{r_{nw}})_i}{\sum (kh)_i} \quad \text{for non-wetting fluid}$$

در روابط بالا  $h$ ، ضخامت لایه است.

$$\frac{K_o}{K_w} = \frac{K_{ro}}{K_{rw}} = a \cdot e^{-b \cdot S_w} \quad , \quad \frac{K_o}{K_g} = \frac{K_{ro}}{K_{rg}} = a \cdot e^{b \cdot S_g}$$

در این روابط  $a$ ، عرض از مبدأ و  $b$  شیب (slope) است.

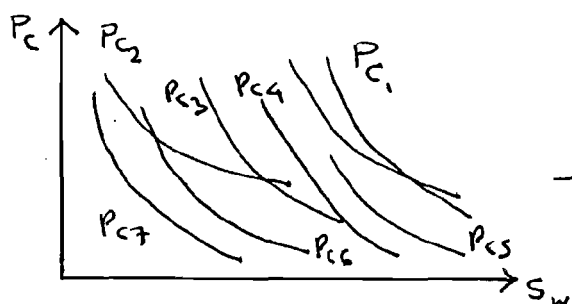
## J - Function (Leverett Function)

(Averaging The Reservoir Properties)

اگر برای کشف سطحی را  $\mu$ ، تراوایی مطلق را  $K$ ، تخلخل را  $\phi$  در نظر بگیریم، رابطه Leverett به صورت زیر نوشته می شود.

$$J(S_w) = \frac{P_c}{\sigma \cdot \cos \theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}}$$

از یک نمونه sample ای مختلفی گرفته می شود. توسط J - Function می توان نمودن

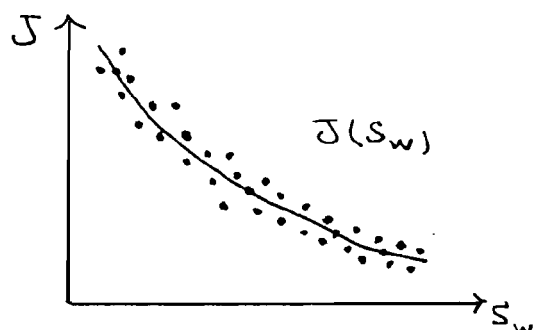


$P_c$  متوسط را پیدا نمود  $(\bar{P}_c)$ .

$$\rightarrow \bar{P}_c = ?$$

$$\begin{aligned} K_1, \phi_1 &\rightarrow P_{c1} \\ K_2, \phi_2 &\rightarrow P_{c2} \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned}$$

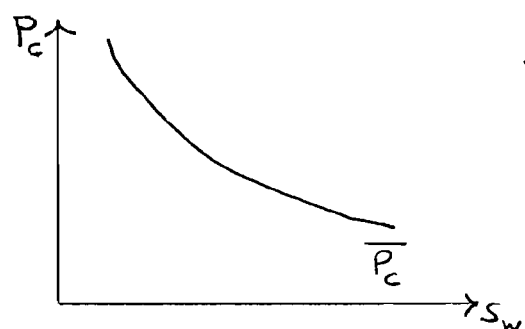
Leverett مشابه کرد ارتفاع منحنی های  $P_c$  را بر حسب J-Function رسم کنیم، یک منحنی واحد، مستقل از sample با بدست می آید.



$$J(S_w) = \frac{P_c}{\sigma \cdot \cos \theta} \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

$$P_c = J(S_w) \sigma \cos \theta \sqrt{\frac{\phi}{k}}$$

$\bar{\phi}$  متوسط تخلخل مخزن و  $\bar{k}$  متوسط تراوایی مخزن است.  
اکنون این  $\bar{P}_c$  را می توان برای کل مخزن به کار برد.  
بین آب و نفت در شرایط مخزن به طور متوسط 30 dynes/cm<sup>2</sup> است.  
 $P_c$  هایی که بدست می آید در شرایط آزمایشگاهی است و باید به شرایط مخزن تبدیل شود.



## Converting Laboratory Capillary Pressure Data

تبدیل داده های  $P_c$  از شرایط آزمایشگاهی به شرایط مخزن

$$(P_c)_{res} = (P_c)_{lab} * \frac{\sigma_{res}}{\sigma_{lab}}$$

$(P_c)_{res}$  = Capillary Pressure Measured at Res. Condition

$(P_c)_{lab}$  = Capillary Pressure Measured at Lab. Condition

$\sigma_{res}$  = IFT Measured at Res. Condition

$\sigma_{lab}$  = IFT Measured at Lab. Condition

منظور از LAB Condition، شرایط فشاری و دمای است در آزمایشگاه.

تغییرات دمای مخزن خیلی کند است؛ مگر این که از دوش های حرارتی برای برداشت استفاده شود.  
پس در مدل های Analytical فرض بر این است که دمای مخزن ثابت است. همچنین برای سهولت فشار را ثابت فرض می کنیم؛ اما فشار می تواند بر اساس فشارهای تکنیکی تغییر کند.

## 2 - Phase Relative Permeability Correlation

$K_r$  را در آزمایشگاه های Core lab اندازه می گیرند، دسی روابطی نیز وجود دارد برای تعیین  $K_r$  سیستم دوازده که در زیر نام تعدادی آورده شده است:

1. wyllie and Gardner correlation
2. torcaso & wyllie correlation
3. Priston's correlation
4. coley's method
5. Relative Permeability from  $P_c$ -Curves
6. Relative Permeability from Analytical Equations

## 3 - Phase Relative Permeability Correlation

- |                                  |                     |
|----------------------------------|---------------------|
| 1. Wyllie's correlations         | 3. Stone's Model I  |
| 2. The Hustad - Hort Correlation | 4. Stone's Model II |

## \* تراکم پذیری (Compressibility)

خاصیتی است که هم سنگ و هم سیال دارد و نسبت تغییرات حجم به تغییرات فشار است.

- تراکم پذیری سنگ مخزن (C) Rock Compressibility

$$C = \frac{-1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta P}$$

علامت منفی به دلیل این است که تغییرات آنها عکس یکدیگر است. تراکم پذیری سنگ می تواند باعث رانش سیال درون آن شود.

- Rock - Bulk Compressibility ( $C_B$ )

$$C_B = \frac{-1}{V_B} \cdot \left( \frac{\Delta V_B}{\Delta P} \right)_T \quad (V_B = \text{Bulk-Volume})$$

- Pore Compressibility ( $C_P$ )

$$C_P = \frac{-1}{V_P} \cdot \left( \frac{\Delta V_P}{\Delta P} \right)_T$$

$C_P$  را می توان به شکل زیر بیان کرد :

$$C_P = \frac{1}{\Phi} \cdot \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_T \quad (\text{در دمای ثابت مخزن اتفاق می افتد})$$

- Formation Compressibility ( $C_f$ )

$$C_f = \frac{1}{\Phi} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_T$$

$$\int_{P_o}^P C_f \cdot \partial P = \int_{\Phi_o}^{\Phi} \frac{1}{\Phi} \cdot \partial \Phi$$

$$\begin{cases} P_o = \text{Initial (Original) Pressure} \\ \Phi_o = \text{Initial (Original) Porosity} \\ P = \text{Current Reservoir Pressure} \\ \Phi = \text{Current Reservoir Porosity} \end{cases}$$

$$C_f \cdot (P - P_o) = \ln \frac{\varphi}{\varphi_o} \Rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_o} = e^{C_f (P - P_o)}$$

$$\varphi = \varphi_o \cdot e^{C_f (P - P_o)}$$

در بطن  $e^x$  داریم :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \Rightarrow e^x \approx 1 + x$$

$$e^{C_f (P - P_o)} \approx 1 + C_f (P - P_o) \quad \text{پس :}$$

توسط این رابطه  $\varphi$  را به فشار مخزن و تراکم پذیری سنگ مخزن ارتباط می دهیم :

$$\varphi = \varphi_o [1 + C_f (P - P_o)]$$

نتیجه : تغییر  $(\varphi)$  تابعی از فشار است؛ اما در محاسبات برای سهولت،  $\varphi$  را ثابت فرض می کنیم.

Total Compressibility :  $C_t = S_o C_o + S_w C_w + S_g C_g + \underbrace{C_b}_{C_f}$

$C_o$  = Oil Compressibility

$C_w$  = Water Compressibility

$C_g$  = Gas Compressibility

$C_b$  = Bulk Compressibility

بر مبنای تراکم پذیری سیالات مخزن، می توان آنها را به سه دسته تقسیم کرد .

Types OF Fluids	1. Incompressible Fluids	سیالات تراکم ناپذیر
	2. Low (Slightly)-Compressible Fluids	سیالات کم تراکم پذیر
	3. Compressible Fluids	سیالات تراکم پذیر

## 1) Incompressible Fluids

سیالاتی هستند که حجم آنها (به عبارت دیگر چگالی آنها) نسبت به فشار ثابت است.

$$v = \text{const.} \quad \text{or} \quad \rho = \text{const.}$$

$$\frac{\partial v}{\partial P} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial \rho}{\partial P} = 0$$

## 2) Low Compressible Fluids

مهم ترین سیال این دسته نفت است.

$$C = -\frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T \quad \text{or} \quad C = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T$$

$$C = -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial P} \quad \int_{P_{ref}}^P C \cdot dP = \int_{v_{ref}}^v -\frac{1}{v} \cdot dv$$

$$C \cdot (P - P_{ref}) = -\ln \frac{v}{v_{ref}} \quad C \cdot (P_{ref} - P) = \ln \frac{v}{v_{ref}}$$

$$\frac{v}{v_{ref}} = e^{C(P_{ref} - P)} \Rightarrow \begin{cases} v = v_{ref} \cdot e^{C(P_{ref} - P)} \\ \rho = \rho_{ref} \cdot e^{C(P_{ref} - P)} \end{cases}$$

از اینجا می توان نوشت:  $e^{C(P_{ref} - P)} = 1 + C(P_{ref} - P)$  ، پس:

$$\begin{cases} v = v_{ref} [1 + C(P_{ref} - P)] \\ \rho = \rho_{ref} [1 + C(P_{ref} - P)] \end{cases}$$

$P$ : فشار محزن	$\rho_{ref}$ : چگالی در فشار مبدا
$P_{ref}$ : فشار مبدا	$v$ : حجم در فشار $P$
$P$ : چگالی در فشار	$v_{ref}$ : حجم در فشار مبدا

بنابر این در سیالات کم تراکم پذیر، حجم و چگالی تابع فشار هستند.



### 3) Compressible Fluids

گازها در این دسته قرار می گیرند .

$$C_g = \frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \left( \frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T$$

$C_g$  = Gas Compressibility

$P$  = Reservoir Pressure

$Z$  = Gas (Super) Compressibility Factor = ضریب (فوق) تراکم پذیری گاز

or  $Z$  = Gas deviation Factor = ضریب انحراف گاز

برای گازهای ایده آل :  $PV = nRT$  (1)

برای گازهای حقیقی :  $PV = nRTZ$  (2)

$Z$  نشان دهنده میزان انحراف رفتار گازهای حقیقی از رفتار گازهای ایده آل است.

$C_g$  و  $Z$  بر دو تابعی از فشار و دما هستند .

$Z$  نشان دهنده این است که گاز حقیقی به چه میزان از گاز ایده آل تراکم پذیرتر است . (گازهای حقیقی از گازهای ایده آل تراکم پذیرتر هستند)

$Z$  بدون واحد است ، چون نسبت دو حجم است ، در حالی که  $C_g$  دارای واحد بوده و واحد آن  $\frac{1}{\text{واحد فشار}}$  است .

$Z$  نسبت حجم گاز در شرایط مخزن به حجم گاز در شرایط استاندارد است (حجم حقیقی به حجم ایده آل) .

از رابطه (2) نتیجه می شود :

$$V = nRTZ \frac{1}{P}$$

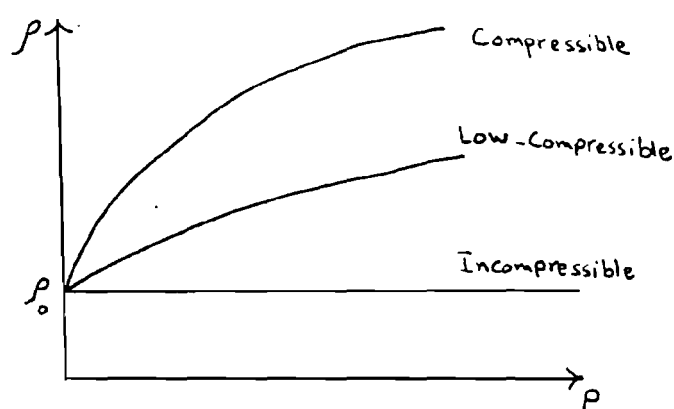
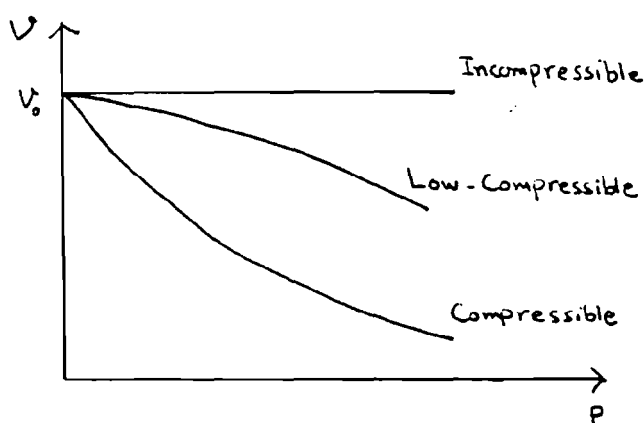
$$\frac{\partial v}{\partial p} = nRT \frac{\partial z}{\partial p} \cdot \frac{1}{p} - nRTz \cdot \frac{1}{p^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial p} = nRT \left( \frac{z}{p} \right) \frac{\partial z}{\partial p} - \left( \frac{nRTz}{p} \right) \frac{1}{p}$$

$$\frac{\partial v}{\partial p} = v \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial p} - v \cdot \frac{1}{p}$$

$$\frac{\partial v}{\partial p} = v \left( \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial p} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial p} = \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial p} - \frac{1}{p} \quad (3)$$

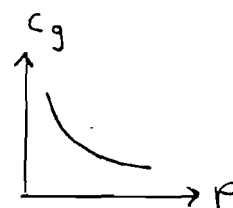


رابطه (3) را در یک ضریب ضرب می‌کنیم :

$$\underbrace{-\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial p}}_{c_g} = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p}$$

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z} \frac{\partial z}{\partial p} \quad \dots \text{ for real gases}$$

$$\text{For ideal gases: } z=1 \Rightarrow c_g = \frac{1}{p}$$

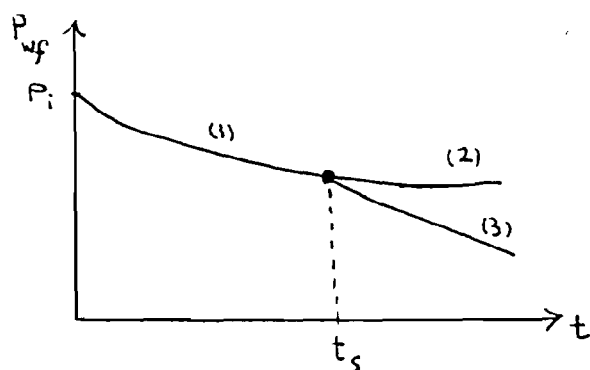


## ► Flow Regimes - ( رژیم های جریان )

یک چاه با دبی ثابت  $q$  تولید می کند و فشار جریان به چاه (Flowing Wellbore Pressure) PWF اندازه گیری می شود.

در حالتی که چاه بسته است، به فشار اندازه گیری شده "فشار ایست" می گویند. (Static Pressure)

در حالتی که چاه در حال تولید است، به فشار "فشار جریانی" می گویند. (Flowing Wellbore Pressure)



سه رژیم جریانی وجود دارد :

(1) : Transient Flow / Unsteady State Flow

(1) حالت گذرا (ناپایدار)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = f(x, t) \neq \text{const.}$$

فشار به صورت تابعی از زمان و مکان تغییر می کند

(2) : Steady State Flow

(2) حالت پایدار

$$P = \text{const.} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

(3) : Semi-Steady State / Pseudo-Steady State

(3) حالت شبه پایدار

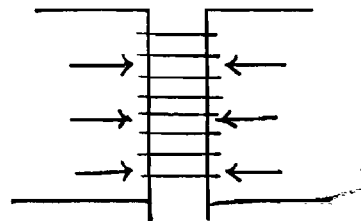
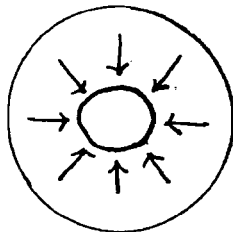
$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{const.}$$

در حالت (2) مخزن یک سنگه آب (Aquifer) دارد که مانع از افت فشار می شود. در حالت (3) مخزن سنگه آب ندارد و به صورت

Linear فشار افت می کند.

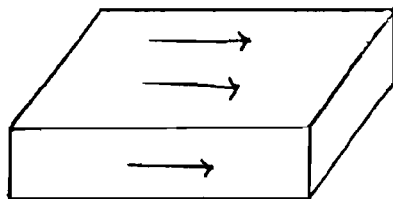
## ► Flow Geometries

### 1. Radial Flow - جریان شعاعی



سیال به صورت شعاعی به سمت چاه حرکت می کند.

### 2. Linear Flow - جریان خطی



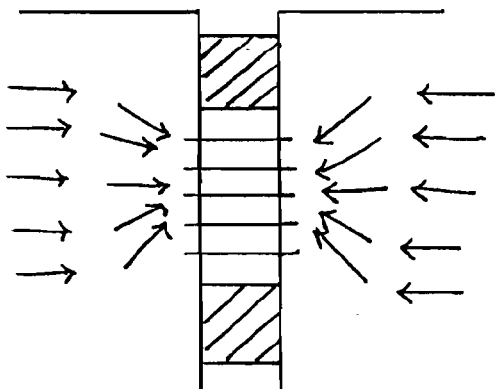
جریان خطی

### 3. Spherical Flow - جریان کروی

حالت خاصی از جریان شعاعی است.

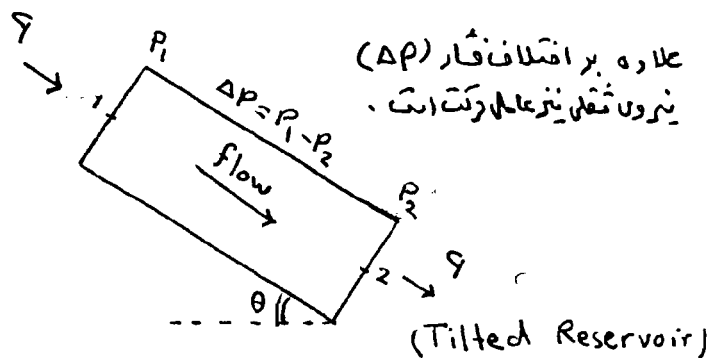
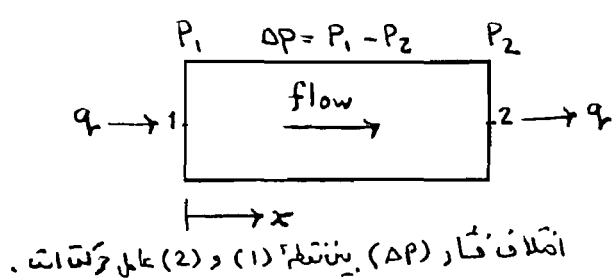
اگر محل Perforation در جایی گرفته باشد،

سیال به صورت کروی به مرکز حرکت می کند.



## ➤ "Fundamentals of Fluid Flow"

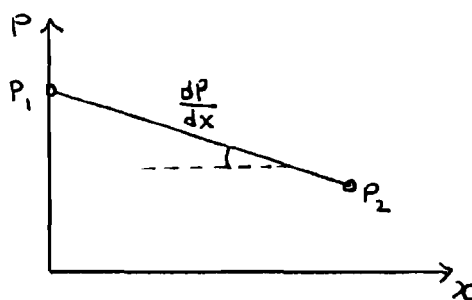
### • Fluid Potential (ϕ)



در این حالت (شکل سمت راست) علاوه بر اختلاف (ΔP) Gravitational Force نیز عامل حرکت است.

به جمع برداری نیروها که عامل حرکت است، این Fluid Potential گفته می شود.

نیروی ثقلی همواره عمودی است.



نمودار  $P(x)$  برای شکل سمت چپ به صورت زیر است :

$$\text{Pressure Gradient} = \text{شیب} = \frac{dP}{dx} = \text{منفی}$$

شیب فشار  $\frac{dP}{dx}$  ناشی از اختلاف فشار  $P_1$  و  $P_2$  است.

$$P_1 > P_2$$

افت فشار = Pressure Drop = ΔP

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L} = \text{Pressure Gradient}$$

$\frac{dP}{dx}$  یک نیروی رانش است.

$\Phi_i$  = Fluid Potential @ Point i [psi]

$$\Phi_i = P_i \pm \frac{\rho}{144} \Delta z_i \quad (\text{Field units})$$

$$\Phi_i = P_i \pm \rho g h$$

$P_i$  = فشار سیال در نقطه i

$\rho$  = چگالی سیال [lb/ft<sup>3</sup>]

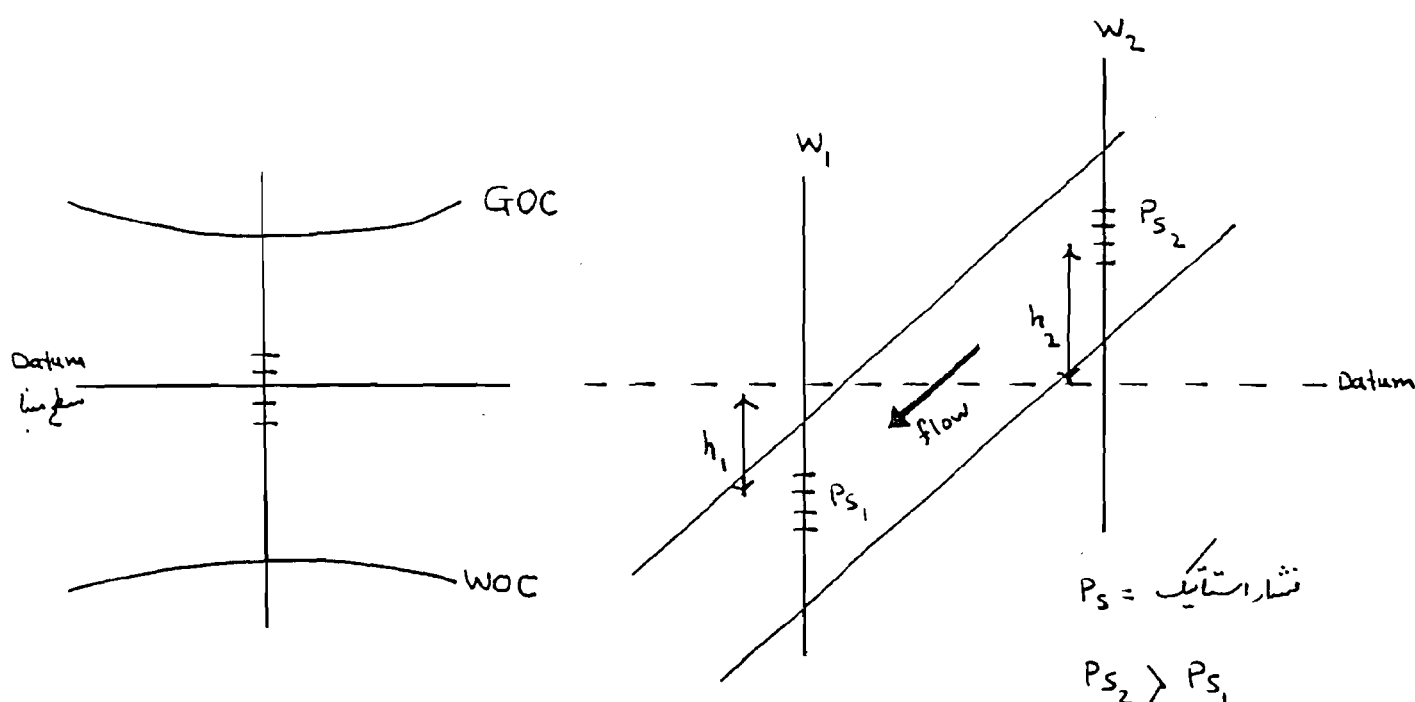
$\Delta z_i$  = فاصله بین نقطه i و سطح مبدا (Datum) [ft]

$$\Phi_i = P_i + \frac{\rho}{144} \Delta Z_i$$

اگر نقطه ای بالای سطح مینا باشد

$$\Phi_i = P_i - \frac{\rho}{144} \Delta Z_i$$

اگر نقطه ای زیر سطح مینا باشد



اما چنین نتیجه‌ای که جریان از چاه 2 به 1 است، درست نیست، زیرا باید فشارهای استاتیک چاه‌ها نسبت به سطح مینا تصحیح شود تا بتوان آنها را با هم مقایسه کرد.

$$\Phi_2 = P_{s2} + \frac{\rho}{144} \cdot h_2 \quad , \quad \Phi_1 = P_{s1} - \frac{\rho}{144} \cdot h_1$$

اکنون پتانسیل چاه‌ها (فشار)  $\Phi_1$  و  $\Phi_2$  را مقایسه می‌کنیم. جهت جریان از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.

## Differential Operators

$$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} \quad \text{سرعت یک بردار است.}$$

$$P = f(x, y, z) \quad \text{فشار یک کمیت اسکالر است.}$$

$$\text{Gradient of } P = \nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \quad \text{گرادیان فشار یک کمیت برداری است.}$$

$$\text{Divergence of } \vec{v} = \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad \text{دیرژانس سرعت یک کمیت اسکالر است.}$$

$$\nabla \cdot (\nabla P) = \nabla^2 P = \text{Laplacian of } P \quad \text{لپلاسین } P \text{ یک کمیت اسکالر است.}$$

$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$$

## Static Model ( Geological Model )

مدل استاتیک ، مدلی است که در آن هیچ حرکتی وجود ندارد و همه چیز در آن در حال تعادل Equilibrium است .

وظیفه مهندس مخزن این است که این مدل را به یک مدل دینامیک ( Dynamic Model ) تبدیل کند که در آن

سیالات حرکت می کنند . مثلاً مدلی که دارای Gas Cap است ، گاز آن شروع به حرکت به سمت پایین می کند

و یا سفوف آب شروع به حرکت به سمت مخزن می کند . می توان از این مدل تشخیص داد که مثلاً آب را به کدام مخزن تزریق کنیم

اگر شکل مخزن ساده باشد ، می توان آن را از روشهای Analytical (توسط فرمول) مورد بررسی قرار دهیم . اما اگر

ژئومتری مخزن پیچیده باشد ، باید از روش های Numerical مسائل آن را حل نمود که مخزن به قسمت های کوچکتر ( Blocks )

تقسیم می شود .

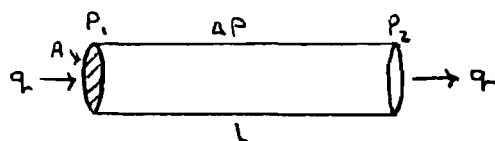
هدف این است که بینیم چه مقدار از سیال درون مخزن را می توان برداشت نمود .

اساس حرکت سیال در مخزن با فرمول های زیر بررسی می شود :

1. Differential Form of Darcy Law معادله دیفرانسیلی داری
2. Continuity Equation
3. Eos (Equation of State) .

(۱) معادله دیفرانسیلی داری :

شکل ساده داری :  $q = \frac{AK}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L}$



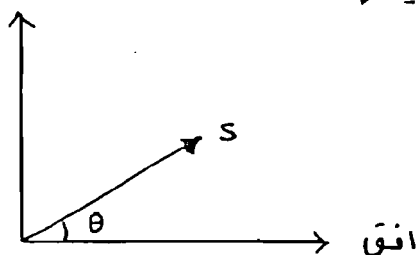
که در آن K تراوایی محیط متخلخل ،  $\mu$  گرانیوی سیال ،  $\Delta P$  انت فشار و  $\Delta P = P_2 - P_1$  انت فشار است .



$$q \propto \Delta P \Rightarrow q = \frac{AK}{\mu L} \Delta P$$

$$\frac{q}{A} = v = \frac{-K}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (\text{م سرعت حرکت سیال})$$

$$\overline{v} = -\frac{K}{\mu} (\nabla P + \rho g \sin \theta) \quad \text{شکل نیروی سیال رابطه داری}$$



S: جهت حرکت سیال

θ: زاویه ای که S با افق می سازد.

$$\overline{v} = -\frac{K}{\mu} (\underbrace{\nabla P + \rho g \sin \theta}_{\substack{\text{شیب فشار} \\ \text{Pressure Gradient}}})$$

در رابطه بالا  $\nabla P$  شیب فشار سیال و  $\rho g \sin \theta$  شیب فشار ثقلی یا شیب فشار هیدروستاتیکی است.

شیب فشار یک نیروی دانش است. شیب فشار باعث می شود یک سیال با گرانش  $\mu$  و چگالی  $\rho$

در یک محیط متخلخل با تراوایی  $K$  با سرعت  $v$  حرکت کند.

شیب فشار ثقلی معمولاً وجود دارد، اما به دلیل این که شیب  $\rho g \sin \theta$  بسیار کم است،

معمولاً از آن صرف نظر می شود.

در مخازنی که کلاهیگ گازی وجود دارد و تولید توسط انبساط کلاهیگ گازی انجام می شود یا مخازنی که توسط

پمپ های الکتریکی درون چاهی (ESP, Electrical submersible Pumps) تولید می کنند،

شیب های هیدروستاتیکی اهمیت دارند.

فرض کنیم یک محیط متخلخل ۱۰۰٪ از نفت اشباع شده است. سرعت حرکت نفت در سه جهت با فرض این که  $k$  تراوایی سنگ مخزن و  $\mu_o$  گرانروی نفت باشد:

$$v_{ox} = - \frac{k_x}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x}$$

$$v_{oy} = - \frac{k_y}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y}$$

$$v_{oz} = - \frac{k_z}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial z}$$

همان محیط متخلخل ۶۰٪ از نفت و ۴۰٪ از آب اشباع شده است. سرعت حرکت آب و نفت در سه جهت

$$\begin{cases} v_{ox} = - \frac{k_o}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x} = - \frac{k_{ro} \cdot k_x}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial x} \\ v_{oy} = - \frac{k_o}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y} = - \frac{k_{ro} \cdot k_y}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial y} \\ v_{oz} = - \frac{k_o}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial z} = - \frac{k_{ro} \cdot k_z}{\mu_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial z} \end{cases}$$

$k_o$ : تراوایی موثر نفت

$$k_o = k_{ro} \cdot k$$

$k$ : تراوایی مطلق سنگ

$$\begin{cases} v_{wx} = - \frac{k_w}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial x} = - \frac{k_{rw} \cdot k_x}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial x} \\ v_{wy} = - \frac{k_w}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial y} = - \frac{k_{rw} \cdot k_y}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial y} \\ v_{wz} = - \frac{k_w}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial z} = - \frac{k_{rw} \cdot k_z}{\mu_w} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial z} \end{cases}$$

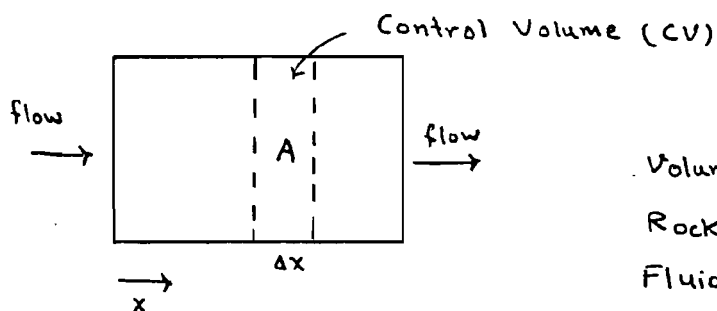
$k_w$ : تراوایی موثر آب

$$k_w = k_{rw} \cdot k$$

$k$ : تراوایی مطلق سنگ

## (۲) معادله پیوستگی - (continuity equation)

اثبات در دستگاه کارتزین



$$\text{Volume of C.V.} = A \cdot \Delta x$$

$$\text{Rock Porosity} = \phi(t)$$

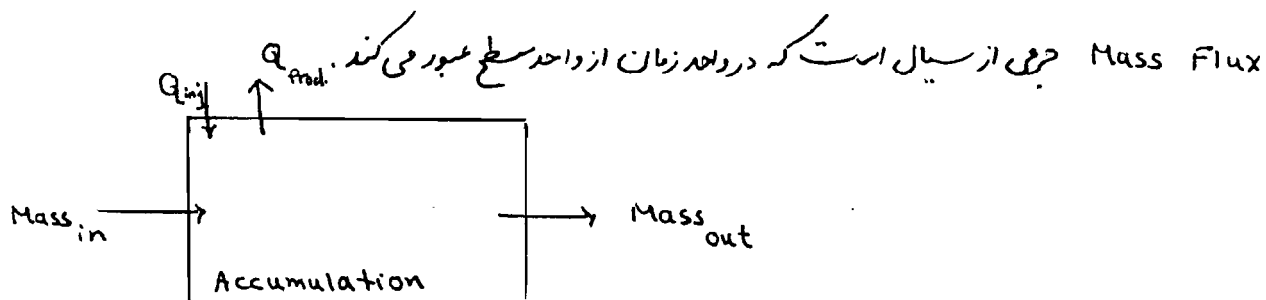
$$\text{Fluid Density} = \rho(x, t)$$

$$M = \rho \cdot V \Rightarrow \begin{cases} M_x = \rho \cdot V_x \\ M_y = \rho \cdot V_y \\ M_z = \rho \cdot V_z \end{cases}$$

$M = \text{Mass Flux}$

$$M \text{ واحد: } \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right], \left[ \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2 \cdot \text{s}} \right]$$

$$\text{Rate} = \text{دبی} = q = \frac{\text{حجم سیال}}{\text{زمان}} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right], \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right]$$



$$\text{اصل بقای جرم: } \text{Mass}_{in} - \text{Mass}_{out} = \text{Accum.} \pm (\text{inj./Prod.})$$

$$\text{Mass}_{in} = M_x \cdot \bar{e}_x \cdot A \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\text{Mass}_{out} = M_x \cdot \bar{e}_{x+\Delta x} \cdot A \cdot \Delta t \quad (2)$$

$$\text{Accumulation} = \text{Mass in Place} \Big|_{\bar{e}_{t+\Delta t}} - \text{Mass in Place} \Big|_{\bar{e}_t}$$

$$\text{Mass in place} \Big|_{\bar{e}_{t+\Delta t}} = \rho \cdot V_p \cdot \bar{e}_{t+\Delta t} = \rho \cdot V_b \cdot \phi \cdot \bar{e}_{t+\Delta t} = \rho A \cdot \Delta x \cdot \phi \cdot \bar{e}_{t+\Delta t}$$

$$\text{Mass in place} \Big|_{\bar{e}_t} = \rho A \cdot \Delta x \cdot \phi \cdot \bar{e}_t$$

$$\text{Accumulation} = (\rho A \Delta x \phi) \bar{e}_{t+\Delta t} - (\rho A \Delta x \phi) \bar{e}_t \quad (3)$$

$$\text{inj./prod.} = Q A \cdot \Delta x \cdot \Delta t \quad (4) \quad Q: \text{دبی تولیدی/تزئینی}$$

معادلات (1)، (2)، (3)، (4) را در معادله اصل بقای جرم جایگزین می‌کنیم:

$$[M_x|_x - M_x|_{x+\Delta x}] \cdot A \cdot \Delta t = (\rho \phi A \cdot \Delta x) \Big|_{t+\Delta t} - (\rho \phi A \cdot \Delta x) \Big|_t \pm Q A \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

رابطه بالا را بر  $A \cdot \Delta x \cdot \Delta t$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{M_x|_x - M_x|_{x+\Delta x}}{\Delta x} = \frac{\rho \phi|_{t+\Delta t} - \rho \phi|_t}{\Delta t} \pm Q$$

پس معادله پیوستگی در جهت  $x$  به صورت زیری شود:

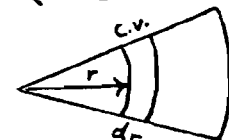
$$-\frac{\partial M_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \phi) \pm Q$$

اگر معادله بالا را در بر سه جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  بنویسیم و  $\text{inj./prod}$  را در نظر بگیریم:

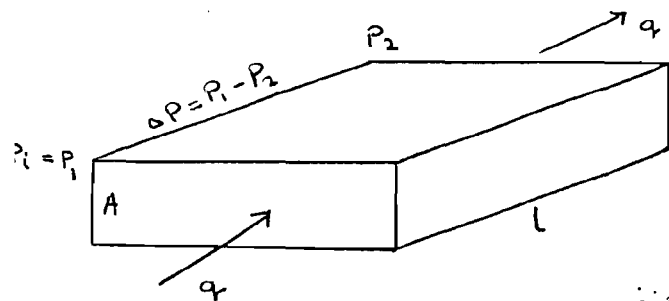
$$\nabla \cdot (M) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \phi)$$

$$\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \phi) \quad \text{معادله پیوستگی (در سه جهت کارترین)} \quad \begin{cases} \rho [lb/ft^3] \\ v [ft/day] \end{cases}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r(v \cdot \rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \phi) \quad \text{معادله پیوستگی (در جهات شعاعی)} \quad \text{radial}$$



## Linear Flow of Incompressible Fluids - Steady State



Incompressible Flow:  $P = \text{const.}$

$$\frac{\partial P}{\partial P} = 0$$

جرمی که خارج می شود - جرمی که دارد می شود = جرم ذخیره

این رابطه برای سیال تراکم پذیر صادق است، ولی برای سیالات تراکم ناپذیر مقدار جرم درونی و جرم خارجی با هم برابر است.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot (P \nabla \varphi) = \frac{\partial}{\partial t} (P \varphi), \quad \bar{U} = -\frac{K}{\mu} \nabla P$$

$$\nabla \cdot (P \frac{-K}{\mu} \nabla P) = \frac{\partial}{\partial t} (P \varphi)$$

$$\frac{PK}{\mu} \nabla \cdot (\nabla P) = \varphi \frac{\partial P}{\partial t} + P \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

$$\text{طرف راست} \quad (\varphi \frac{\partial P}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t}) + (P \frac{\partial \varphi}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t}) = 0$$

$$\left( \frac{PK}{\mu} \right) \nabla \cdot (\nabla P) = 0 \Rightarrow \nabla \cdot (\nabla P) = 0 \Rightarrow \nabla^2 P = 0$$

$\neq 0$

حرکت سیال فقط در جهت x است، پس داریم:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = a \Rightarrow P = ax + b$$

$$\begin{cases} x = x_0 \Rightarrow P = P_i \Rightarrow b = P_i \\ x = l \Rightarrow q = -\frac{AK}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=l} = -\frac{AK}{\mu} \cdot a \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{q\mu}{AK}$$

معادله را در Field Units می نویسیم. با فرض این که  $q$  برای چاه تولیدی مثبت و برای چاه تزریقی منفی است:

$$q = \frac{1.127 AK (P_1 - P_2)}{M.L} \rightarrow q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right], k [\text{darcy}]$$

$$q = \frac{0.001127 AK (P_1 - P_2)}{M.L} \rightarrow q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right], k [\text{mD}]$$

دبی تولیدی سنگ مخزن در شرایط مخزن  
یادگیری زیر! این ابعاد در پرده می کنند.

$$A [\text{ft}^2], P [\text{psia}], M [\text{cp}], L [\text{ft}]$$

ضریب حجمی نفت (Oil Formation Volume Factor)  $B_o$  است.

$$B_o = \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} = \frac{\text{حجم نفت در شرایط مخزن}}{\text{حجم نفت در شرایط استاندارد}} = \frac{V(P, T)}{V(P_{ST}, T_{ST})} = \frac{q}{Q} = \frac{\text{دبی تولیدی نفت در شرایط مخزن}}{\text{دبی تولیدی نفت در شرایط استاندارد}}$$

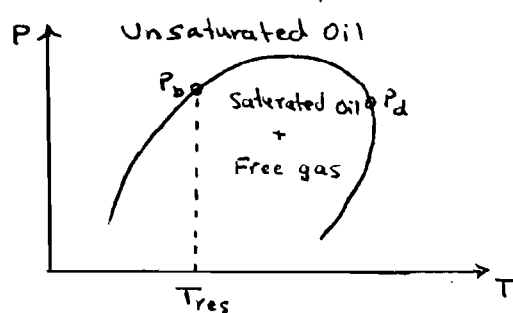
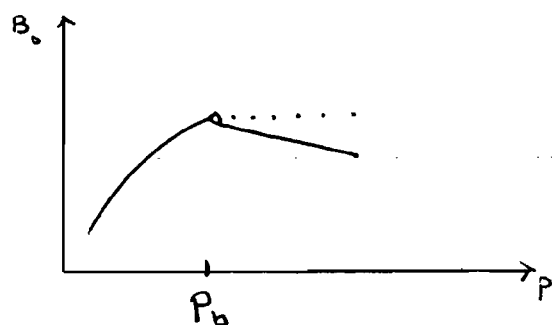
$$q = B_o \cdot Q \Rightarrow Q = \frac{q}{B_o}$$

$$Q = \frac{0.001127 AK (P_1 - P_2)}{M L B_o} \quad \text{دبی تولیدی نفت در شرایط استاندارد} \quad Q \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$$

حجم نفت در مخزن و شرایط استاندارد متفاوت است، زیرا در مخزن با زمان و دقت سیال به سمت چاه:

- Oil Expansion ( $P \downarrow$ )
  - Dissolved gas will be set free ( $P \downarrow$ )
  - Oil Shrinkage ( $T \downarrow$ )
- فشار کم و دما نیز کم می شود  
گاز محلول در نفت آزاد می شود:

موارد اول دسوم به هم می رانند. در نتیجه آزاد شدن گاز محلول باعث تفاوت این دو حجم می شود.



از نمودار می توان دریافت که :

$$\begin{cases} P > P_b & \text{نقطه زیر اشباع (گاز آزاد وجود ندارد)} \\ P < P_b & \text{نقطه اشباع با گاز آزاد (در جهت تعادل)} \end{cases}$$

شیب فشار Pressure Gradient

$$q = 0.001127 \frac{AK}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad \text{شانه شیب فشار است}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{q \mu}{0.001127 AK} \quad \left( \frac{\text{Psi}}{\text{ft}} \right)$$

مثال : برای جریان خطی سیالات تراکم ناپذیر (حالت پایدار) یک قطعه سنگ با نفوذپذیری 250 md، طول

450 ft و با سطح مقطع  $45 \text{ ft}^2$  را در نظر می گیریم. سیالی با گرانیوی  $C_p = 2.5$  در طول آن به صورت خطی

در جریان است. اگر افت فشار  $(\Delta P)$  برابر 100 psi باشد :

الف) روزانه چند بشکه از این سنگ می توان تولید کرد ؟

ب) چه شیب فشاری بر حسب  $\frac{\text{Psi}}{\text{ft}}$  در این سنگ وجود دارد ؟

پ) سرعت ظاهری نفت بر حسب  $\frac{\text{ft}}{\text{day}}$  چقدر است ؟

در فرمول  $q = \frac{0.001127 AK}{\mu} \frac{\Delta P}{L}$  ، چپن از Absolute Permeability استفاده نموده ایم ،

یعنی یک سیل بیشتر وجود نداشته است و حالت 1 - Phase Flow داریم . اگر مخزن از

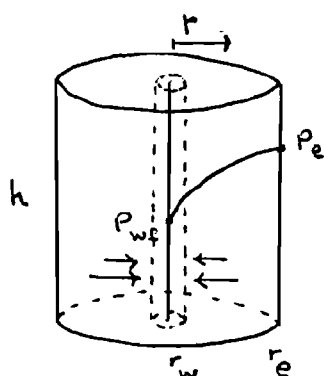
سنگ آبر ، نفت و گاز اشباع شده باشد در این صورت رابطه داری به شکل زیر نوشته می شود :

$$q_o = 0.001127 \frac{AK_o}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P_o}{L} \Rightarrow q_o = \frac{A(K \cdot k_{ro})}{\mu_o} \cdot \frac{\Delta P_o}{L} * 0.001127$$

$$q_w = 0.001127 \frac{AK_w}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P_w}{L} \Rightarrow q_w = \frac{A(K \cdot k_{rw})}{\mu_w} \cdot \frac{\Delta P_w}{L} * 0.001127$$

$$q_g = 0.001127 \frac{AK_g}{\mu_g} \cdot \frac{\Delta P_g}{L} \Rightarrow q_g = \frac{A(K \cdot k_{rg})}{\mu_g} \cdot \frac{\Delta P_g}{L} * 0.001127$$

### Radial Flow of Incompressible Fluid - Steady State



$$\left\{ \begin{array}{l} r_w = \text{Well Radius} \\ r_e = \text{External Radius, Drainage Radius, Effective Radius} \\ \text{شعاع موثر، شعاع زیرش، شعاع خارجی} \\ P = P_{wf} @ r_w = \text{Flowing Wellbore Pressure} \\ \text{فشار جریان در نه چاه} \\ P = P_e @ r_e \end{array} \right.$$

$$r = r_e \Rightarrow A = 2 \pi r_e h \quad \text{مساحت جانبی}$$

معادله پیوستگی در سیستم شعاعی

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r \cdot (v \cdot \rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \varphi)$$



$$v = (5.615)(0.001127) \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = 0.006328 \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \quad \begin{cases} k [\text{md}] \\ v [\text{ft/day}] \\ 1 \text{ bbl} = 5.615 \text{ ft}^3 \end{cases}$$

$$\frac{0.006328}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{k}{\mu} (r \cdot \rho) \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \Phi)$$

طرف راست  $\frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi) = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial P} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t}$

$$= \rho \Phi \left( \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \Phi c_f \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$c_f \leftarrow$

$k, \mu = \text{const.}$

طرف چپ  $0.006328 \left( \frac{k}{\mu} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \rho \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \rho \Phi c_f \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \frac{\partial \rho}{\partial t}$

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \cdot \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot r \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial P}{\partial r} + r \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

$$= 0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \rho \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

$$= 0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial P} \cdot \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 + \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

$\left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2$  خیلی کوچک است. از آن صرف نظر کرده، رابطه بالا را بر هر دو طرف تقسیم می کنیم.

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right] = \Phi c_f \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \Phi c_f \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi \cdot \left( \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial P} \right) \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

$c \leftarrow$

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \Phi c_f \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \Phi c \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \Phi (c_f + c) \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\begin{cases} c_f = \text{Formation Compressibility} \\ c = \text{Fluid Compressibility} \\ c_t = \text{Total Compressibility} \end{cases} \Rightarrow c_t = c_f + c$$

در رابطه بالا

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \varphi c_t \frac{\partial P}{\partial t}$$

for steady state flow :  $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = 0$$



$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

Laplace's Equation for  
Steady-state Flow

جواب معادله بالا :

$$P = a \ln r + b \quad (I)$$

$$r = r_w, P = P_{wf} \Rightarrow P_{wf} = a \ln r_w + b$$

$$r = r_w, q = \frac{2\pi A k}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=r_w}$$

$$q = - \frac{(2\pi r_w) h k}{\mu} \left( \frac{a}{r_w} \right) \Rightarrow a = \frac{-q \mu}{2\pi h k}$$

$$a \text{ in (I)} \Rightarrow b = P_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi h k} \ln r_w$$

$$\Rightarrow P = - \frac{q \mu}{2\pi h k} \ln r + P_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi h k} \ln r_w$$

$$P = P_{wf} + \frac{q \mu}{2\pi h k} \ln \frac{r}{r_w}$$

معادله بالا در سیستم Field Units و با فرض دبی مثبت برای چاه تولیدی و دبی منفی برای چاه تزریقی است.

$$q = \frac{7.08 k h (P_e - P_{wf})}{\mu \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

$$k [\text{darcy}], q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right], \varphi \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$$

$$Q = \frac{7.08 k h (P_e - P_{wf})}{\mu B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

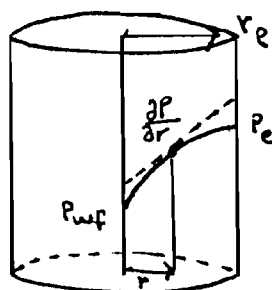
در این روابط :  $q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right]$  ,  $Q \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$  ,  $k [\text{darcy}]$  ,  $h [\text{ft}]$

$\mu [\text{cp}]$  ,  $r_e, r_w [\text{ft}]$  ,  $P_e, P_{wf} [\text{psia}]$

$$q = \frac{0.00708 kh (P_e - P_{wf})}{\mu \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

اگر  $k$  بر حسب میلی داری  $[mD]$  باشد ،

$$Q = \frac{0.00708 kh (P_e - P_{wf})}{\mu B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$



$$A = 2\pi r h$$

$$q = \frac{AK}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$q = 0.001127 \frac{AK}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{q \mu}{0.001127 AK} \quad \left[ \frac{\text{Psi}}{\text{ft}} \right]$$

مثال : ( برای جریان شعاعی تراکم ناپذیر - حالت پایدار ) سیالی به طرف حفره چاه قاعی به شعاع  $0.33 \text{ ft}$  واقع

در یک لایه افقی با ضخامت  $50 \text{ ft}$  ، نفوذ پذیری یکمواخت  $10 \text{ mD}$  جریان شعاعی دارد . فشار حبابی

$4000 \text{ psi}$  و فشار جرابی چاه  $3000 \text{ psi}$  می باشد . اگر شعاع خارجی (شعاع تخلیه - شعاع زیرش) برابر  $2000 \text{ ft}$

و گراندی سیال  $0.8 \text{ cp}$  باشد ،

الف) تولید روزانه چاه چند بشکه است ؟  
ب) شیب فشار در فاصله  $1000 \text{ ft}$  از چاه چند  $\frac{\text{Psi}}{\text{ft}}$  است ؟

در رابطه ای قبلی  $K_{abs}$  بود، در نتیجه سیستم تک فازی بود.

### Horizontal Multi-phase Radial Flow

$$Q_o = \frac{0.001127 K_o A}{M_o B_o} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial r} = 0.00708 (rhk) \left( \frac{K_{ro}}{M_o B_o} \right) \frac{\partial P_o}{\partial r}$$

$$Q_o = \frac{0.00708 Kh (K_{ro}) (P_e - P_{wf})}{M_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad , \quad Q_w = \frac{0.00708 Kh (K_{rw}) (P_e - P_{wf})}{M_w B_w \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

$$Q_g = \frac{(Kh) (K_{rg}) (P_e^2 - P_{wf}^2)}{1422 (M_g \cdot z) \ln \frac{r_e}{r_w}} \quad \leftarrow \text{(بعداً ثابت می شود)}$$

در این روابط :

$$Q_o \left[ \frac{STB}{day} \right], Q_w \left[ \frac{STB}{day} \right], Q_g \left[ \frac{SCF}{day} \right]$$

$$B_o \left[ \frac{bbl}{STB} \right], B_w \left[ \frac{bbl}{STB} \right], B_g \left[ \frac{ft^3}{SCF} \right] \quad , \quad k [mD]$$

در معادلات نفتی (مخازن)  $M = 10^3$  ,  $MM = 10^6$  است.

### WOR (Water Oil Ratio)

نسبت دبی تولید آب به دبی نفت را در شرایط استاندارد (Stock Tank Condition)  $WOR_{STC}$  می گویند.

$$WOR = \frac{Q_w}{Q_o} = \left( \frac{K_{rw}}{K_{ro}} \right) \left( \frac{M_o B_o}{M_w B_w} \right)$$

$$\text{Water Cut} = WCT = \frac{Q_w}{Q_o + Q_w} \times 100 \quad [\%]$$

$$Q_o + Q_w = Q_L$$

$$WCT = \frac{Q_w}{Q_L} \times 100 [\%]$$

اگر چایی دارای 40% Water Cut باشد، یعنی 40٪ از کل مایع آب است پس برچیه Water Cut

کمتر باشد، بهتر است.

GOR = Gas Oil Ratio

نسبت دبی گاز کلی تولیدی را (گاز آزاد + گاز محلول در نفت) به دبی نفت تولیدی GOR گویند.

$$GOR = \frac{Q_g + Q_o R_s}{Q_o}$$

$Q_o$  = دبی نفت تولیدی

$Q_o R_s$  = در این نفت مقداری گاز

$R_s$  = Solution Gas-Oil Ratio حل است

$R_s$  نشان دهنده میزان گاز محلول در نفت است.

$$GOR = \frac{Q_g}{Q_o} + R_s$$

$$GOR = R_s + \left( \frac{k_{rg}}{k_{ro}} \right) \left( \frac{\mu_o B_o}{\mu_g B_g} \right)$$

$$Q_o \left[ \frac{STB}{day} \right]$$

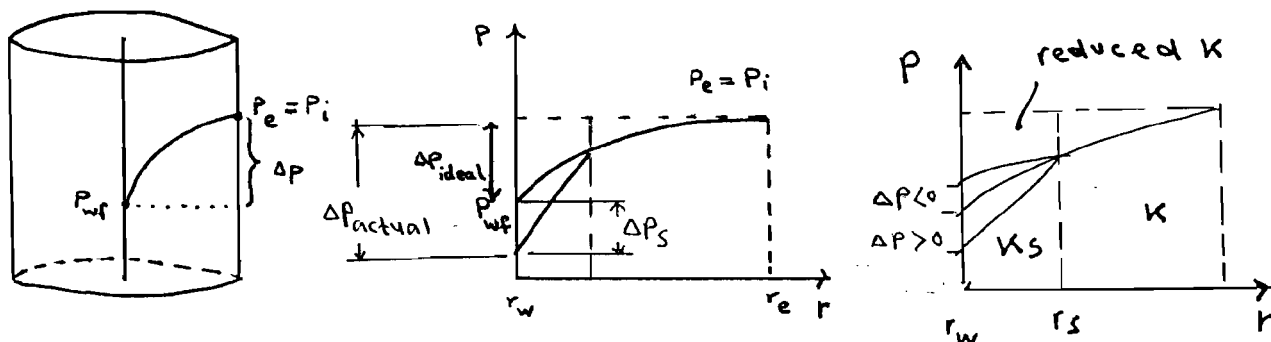
$$Q_g \left[ \frac{SCF}{day} \right]$$

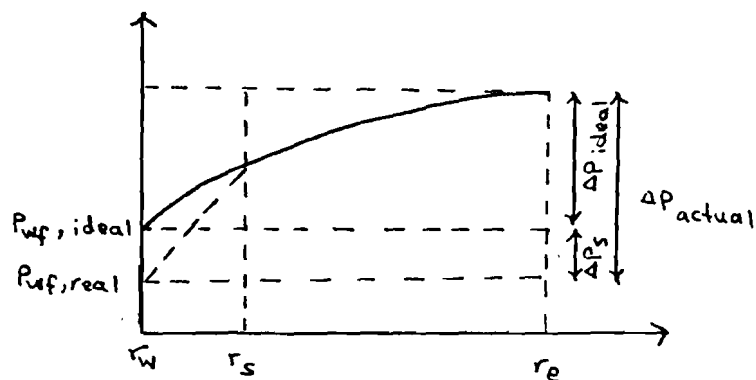
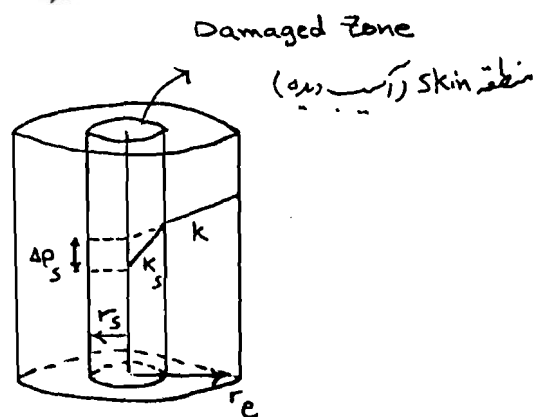
GOR بر چه کمتر باشد، بهتر است.

## ► Skin

$$q = \frac{0.0078 k h (\overbrace{P_e - P_{wf}}^{\Delta P})}{\mu B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (1)$$

$$\Delta P = \frac{q \mu B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{0.0078 k h} \quad (2)$$





$$\Delta p_s = \Delta p_{skin} = P_{wf,ideal} - P_{wf,real}$$

$$r_s = \text{Skin Radius} \quad \text{شعاع آسیب}$$

$$\text{Homogeneous Reservoir} \quad \begin{cases} k = \text{const.} \\ h = \text{const.} = \text{thickness} \end{cases}$$

تقرن هموژن

همیشه در اطراف چاه یک منطقه آسیب دیده وجود دارد. (مهاکونویک منطقه آسیب دیده وجود داشته باشد).

دلایل آسیب دیدگی  
اطراف چاه

آسیب دیدگی در حین حفاری (نفوذ فیلترات به داخل سازند).  
نفوذ مایه که همراه سیال در حال جاری به درون چاه ته نشین می شود  
نفوذ گل حفاری، ته نشین شدن رسوبات آبی و غیر آبی  
سیمان کاری، ته نشین شدن شن، ماسه و ...

منطقه مجاور اطراف چاه را Skin گویند. این منطقه در حین عملیات حفاری، سیمانکاری، متبک کاری

(Perforation) و تعمیر چاه (Workover) می تواند آسیب ببیند.

همچنین این منطقه در زمان تولید چاه به علت شسته شدن شن و ماسه موجود در محرن و حمل آنها توسط سیال

محرن و ته نشین شدن آنها در اطراف چاه می تواند آسیب ببیند.

همچنین این منطقه به علت تشکیل رسوبات گلی و غیر آبی می تواند آسیب ببیند.

در اثر آسیب دیدگی منطقه Skin، این منطقه دارای تراوایی  $K_s$  می شود که  $K_s < K$  در نتیجه شاهد یک

افت اضافی فشار در منطقه اطراف چاه به اندازه  $\Delta P_s$  هستیم که به آن افت اضافی فشار در اثر Skin گویند.

$$\Delta P_s = \text{Pressure drop due to skin} = P_{wf, ideal} - P_{wf, real}$$

به این پدیده Skin Effect گویند.

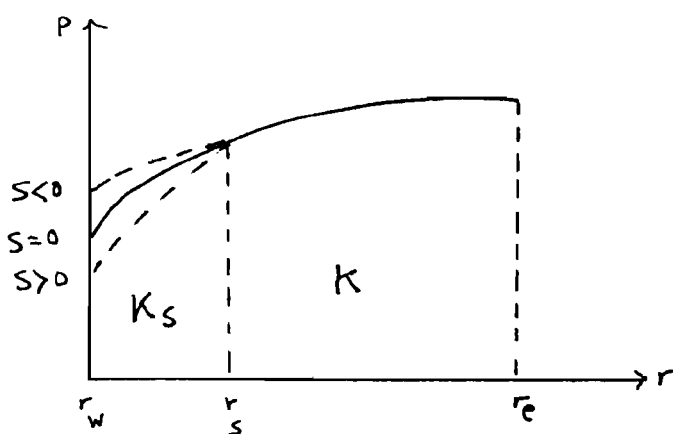
میزان آسیب دیدگی منطقه Skin توسط پارامتری به نام Skin که به اختصار آن را با S نشان می دهند،

سنجیده می شود. Skin توسط آنالیز تست ای فشار (Pressure Transient Tests) اندازه گیری می شود.

$$K = K_s \Rightarrow S = 0 \Rightarrow \text{No Damage (Initial well conditions aren't damaged)}$$

$$K > K_s \Rightarrow S > 0 \Rightarrow \text{Damaged}$$

$$K < K_s \Rightarrow S < 0 \Rightarrow \text{Improvement (Well conditions are improved)}$$



$$\Delta P_s = \Delta P_{actual} - \Delta P_{ideal} \quad (I)$$

$\Delta P$  را از رابطه (2) قرار می دهیم در رابطه (I):

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 h K_s} \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right) - \left[ \frac{Q_o M_o B_o}{0.00708 h K} \right] \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right) \quad (3)$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 h K} \right] \underbrace{\left[ \frac{K}{K_s} - 1 \right]}_S \ln \left( \frac{r_s}{r_w} \right)$$

$$\Delta P_s = \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 K h} \right] \cdot S$$

$$\Rightarrow \Delta P_s = 141.2 \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{K h} \right] S$$

$$\Delta P_s = \Delta P_{\text{actual}} - \Delta P_{\text{ideal}} \Rightarrow \Delta P_{\text{actual}} = \Delta P_s + \Delta P_{\text{ideal}}$$

$$(P_i - P_{wf})_{\text{actual}} = \Delta P_s + (P_i - P_{wf})_{\text{ideal}}$$

رابطه (2) و (3) را در معادله بالا قرار می دهیم.

$$(P_i - P_{wf})_{\text{actual}} = \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 K h} \right] \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + \left[ \frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 K h} \right] S$$

$$Q_o = \frac{0.00708 K h (P_i - P_{wf})}{M_o B_o \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + S \right]}, \quad q = \frac{0.00708 K h (P_i - P_{wf})}{M_o \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + S \right]}$$

در نتیجه

$$q_o = \frac{0.00708 K h (P_i - P_{wf})}{M_o \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \right]}$$

No Damage ( $S=0$ )

$$q_o = \frac{0.00708 K h (P_i - P_{wf})}{M_o \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + S \right]}$$

Damage ( $S \neq 0$ )

هر چه مقدار  $S$  بزرگتر باشد، مخیج بزرگتری شود و دبی تولیدی کاهش می یابد.

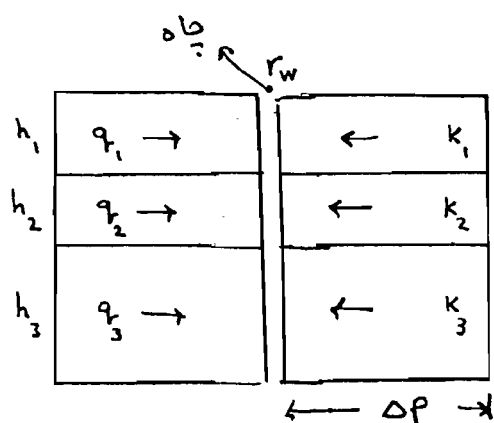
Acidizing با کاهش دادن  $S$ ، تولید را زیاد می کند.



مثال برای جریان شعاعی - سیالات تراکم ناپذیر - حالت پایدار - تعیین ترواوانی متوسط  
(برای Permeability Variation In Radial Flow) مخزن از سه لایه موازی تشکیل

شده و Radial Flow داریم. مخزن به لایه های متعدد موازی تقسیم شده که به این مخزن Stratified Reservoir

گویند.  $\bar{k}$  (k متوسط) برای این مخزن چقدر است؟



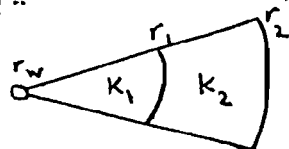
$\Delta P$  ثابت است.

$$q_t = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

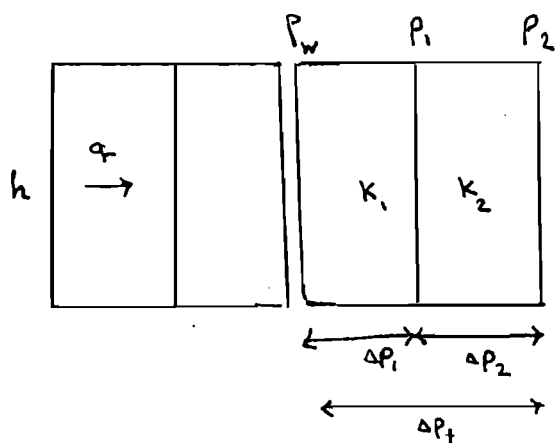
$$\bar{k} \quad k_1 \quad k_2 \quad k_3$$

حال در مخزنی که لایه های متعدد متوالی دارد و Composite Reservoir نام دارد،  $\bar{k}$  را بررسی می کنیم.



$$\Delta P_t = \Delta P_1 + \Delta P_2$$

$$(P_2 - P_w) = (P_1 - P_w) + (P_2 - P_1)$$



با این دو راهنمایی - این دو شکل را  
حل کنید -

## Productivity Index (PI)

$$PI = \frac{q}{\Delta P} \quad \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day} \cdot \text{psi}} \right]$$

PI برجه بیشتر باشد، تولید چاه بیشتر است.

$$\text{Specific } PI = PI_s = \frac{q}{\Delta P \cdot h} = \frac{PI}{h} \quad \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day} \cdot \text{psi} \cdot \text{ft}} \right]$$

$$q_{\text{actual}} = \frac{0.00708 Kh (P_e - P_{wf})}{M \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S \right]}, \quad q_{\text{ideal}} = \frac{0.00708 Kh (P_e - P_{wf})}{M \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

از این به بعد می توان به جای  $\Delta P$  مقدار  $\Delta P = P_e - P_{wf}$  را قرار داد. اگر  $P_e$  مجهول باشد، چاه در ابتدای

تولید، می توان  $\Delta P = P_i - P_{wf}$  را قرار داد. به طور کلی:

$$\Delta P = \bar{P}_r - P_{wf}$$

$$PI_{\text{actual}} = \frac{q_{\text{actual}}}{\Delta P}, \quad PI_{\text{ideal}} = \frac{q_{\text{ideal}}}{\Delta P}$$

## ★ FE (Flow Efficiency)

$$FE = \frac{PI_{\text{actual}}}{PI_{\text{ideal}}} = \frac{q_{\text{actual}}}{q_{\text{ideal}}} = \frac{\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}{\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S}$$

$$q_{\text{ideal}} = \frac{0.00708 Kh \Delta P_{\text{ideal}}}{M \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}, \quad q_{\text{actual}} = \frac{0.00708 Kh \Delta P_{\text{actual}}}{M \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

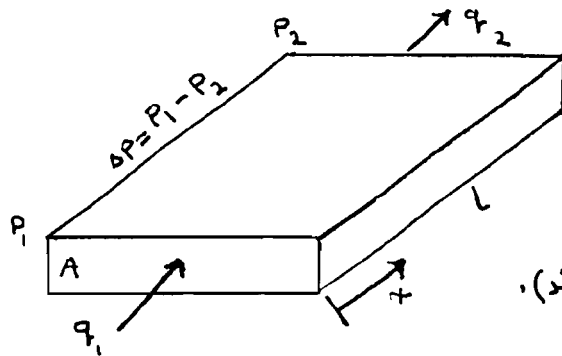
$$FE = \frac{PI_{\text{actual}}}{PI_{\text{ideal}}} = \frac{\frac{q}{(\bar{P}_r - P_{wf, \text{actual}})}}{\frac{q}{(\bar{P}_r - P_{wf, \text{ideal}})}} = \frac{\bar{P}_r - P_{wf, \text{ideal}}}{\bar{P}_r - P_{wf, \text{actual}}} = \frac{(\bar{P}_r - P_{wf}) - \Delta P_s}{(\bar{P}_r - P_{wf})}$$

## ★ DF (Damage Factor)

$$DF = 1 - FE, \quad FE = \frac{\bar{K}}{K}$$

$\bar{K}$  = میزان متوسط  $K$ ،  $K_s$

## Linear Flow of Slightly (Low) Compressible Fluids - Steady State



برای یک سیال کم تراکم پذیر یا تراکم پذیر:  
طبق اصل بقای جرم، مقدار سیالی که وارد می شود برابر نیست  
با مقدار سیالی که خارج می شود (مقدار سیال در سنگ باقی می ماند).  
در بخش های قبل ثابت شد برای سیالات کم تراکم پذیر

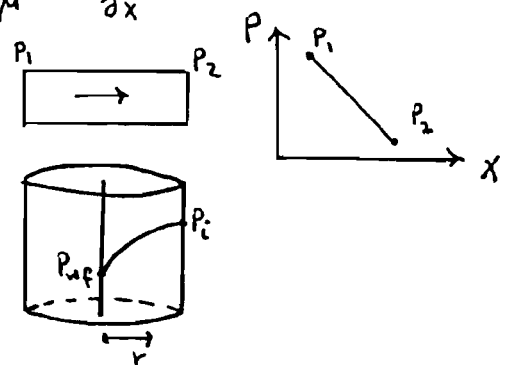
$$\begin{cases} v = v_{ref} [1 + c(P_{ref} - P)] \\ q = q_{ref} [1 + c(P_{ref} - P)] \end{cases}$$

$q_{ref}$  = Reference Rate @ Reference Pressure ( $P_{ref}$ )

رابطه بالا را بر A تقسیم می کنیم:

$$\frac{q}{A} = v = \frac{q_{ref} [1 + c(P_{ref} - P)]}{A} = -0.001127 \frac{K}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (*)$$

$$v = \frac{q}{A} = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad \text{Linear Flow}$$



$$v = \frac{q}{A} = +\frac{K}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \quad \text{Radial Flow}$$

در Linear Flow با زیاد شدن  $x$ ، مقدار  $P$  کم می شود، بنابراین  $\frac{\partial P}{\partial x} < 0$

در Radial Flow با زیاد شدن  $r$ ، مقدار  $P$  نیز افزایش می یابد، بنابراین  $\frac{\partial P}{\partial r} > 0$

از رابطه (\*) انتگرال می گیریم :

$$\frac{q_{ref}}{A} \int_0^l dx = -0.001127 \frac{K}{M} \int_{P_1}^{P_2} \left[ \frac{\partial P}{1+c(P_{ref}-P)} \right]$$

$$q_{ref} = \left[ \frac{0.001127 KA}{McL} \right] \ln \left[ \frac{1+c(P_{ref}-P_2)}{1+c(P_{ref}-P_1)} \right] \quad (I)$$

$P_{ref}$  = reference pressure

$$\begin{cases} P_1 = \text{Upstream Pressure [psi]} \\ P_2 = \text{Downstream Pressure [psi]} \end{cases}$$

$$1) P_{ref} = P_1 : q_1 = \left[ \frac{0.001127 KA}{McL} \right] \ln [1+c(P_1-P_2)]$$

$$2) P_{ref} = P_2 : q_2 = \left[ \frac{0.001127 KA}{McL} \right] \ln \left[ \frac{1}{1+c(P_2-P_1)} \right]$$

• مثال : یک سیال کم تراکم پذیر در یک مل خطی به خواص زیر در جریان است .

$$l = 2000 \text{ ft}$$

$$P_1 = 2000 \text{ psi}$$

$$h = 20 \text{ ft}$$

$$c = 21 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$$

$$k = 100 \text{ mD}$$

$$P_2 = 1990 \text{ psi}$$

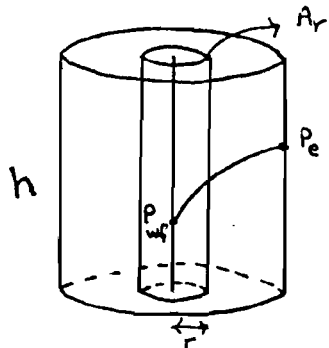
$$M = 2 \text{ cP}$$

مطلوب است  $q_1$  و  $q_2$  .

$$q_1 = \left[ \frac{0.001127 AK}{McL} \right] \ln [1+c(P_1-P_2)] = 1.689 \text{ bbl/day}$$

$$q_2 = \left[ \frac{0.001127 AK}{McL} \right] \ln \left[ \frac{1}{1+c(P_2-P_1)} \right] = 1.692 \text{ bbl/day}$$

## ► Radial Flow of Low-Compressible Fluids - Steady State



سطح مقطعی است که سیال از آن عبور می کند و وارد چاه می شود:  $A$

برای مدل ای شعاعی  $A_r$ :

$$A_r = 2\pi r \cdot h \quad \text{مساحت جانبی استوانه}$$

$$q = q_{ref} [1 + c(P_{ref} - P)]$$

رابطه بالا را بر  $A_r$  تقسیم می کنیم:

$$\frac{q}{A_r} = v = \frac{q_{ref} [1 + c(P_{ref} - P)]}{A_r} = + 0.001127 \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$$

در رابطه بالا  $A_r = 2\pi r h$  می گذاریم و انتگرال می گیریم:

$$\frac{q_{ref} \cdot \mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{\partial r}{r} = 0.001127 \int_{P_{wf}}^{P_e} \frac{\partial P}{1 + c(P_{ref} - P)}$$

در صورتی که  $P_{ref} = P_{wf}$  باشد:

$$q_o = \left[ \frac{0.00708 K h}{\mu C_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \right] \ln [1 + C_o(P_e - P_{wf})]$$

در این رابطه

$$q_o \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right], \quad \mu [cP], \quad P_e, P_{wf} [PSI]$$

$$k [mD], \quad C_o [PSI^{-1}]$$

$$h [ft], \quad r_e, r_w [ft]$$

• مثال : اطلاعات زیر را از یک چاه نفتی در اختیار داریم :

$$\begin{array}{llll} P_e = 2506 \text{ psi} & r_e = 745 \text{ ft} & B_o = 1.25 & K = 0.12 \text{ darcy} \\ P_{wf} = 1800 \text{ psi} & r_w = 0.25 \text{ ft} & M_o = 2.5 \text{ cp} & h = 25 \text{ ft} \\ & & & C_o = 25 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \end{array}$$

فرض کنید سیال کم تراکم نپذیرد است .

الف) دبی تولیدی نفت چند بشکه در روز است ؟

ب) اگر سیال تراکم نپذیر فرض شود ، نتیجه را با حالت الف) مقایسه کنید .

$$\begin{aligned} q_o &= \left[ \frac{7.08 k h}{M_o B_o C_o \ln \frac{r_e}{r_w}} \right] \ln [1 + C_o (P_e - P_{wf})] \\ &= \left[ \frac{7.08 \times 0.12 \times 25}{2.5 \times 1.25 \times 25 \times 10^{-6} \times \ln 745/0.25} \right] \times \ln [1 + (25 \times 10^{-6}) (2506 - 1800)] \\ &= 595 \text{ STB/day} \end{aligned}$$

و) in compressible fluid :

$$\begin{aligned} q_o &= \frac{7.08 k h \Delta P}{\mu_o B_o \ln r_e/r_w} = \frac{7.08 \times 120 \times 25 \times (2506 - 1800)}{2.5 \times 1.25 \times \ln 745/0.25} \\ &= 600 \text{ STB/day} \end{aligned}$$

## Unsteady State Flow (Transient Flow)

علاوه بر متغیرهای گفته شده در جریانهای Steady state، پارامترهای زیر نیز در یک جریان گذرا (Unsteady) متغیر هستند.

- Time (t)
- Porosity ( $\phi$ )
- Compressibility ( $C_f$ )

از ترکیب سه معادله زیر و شرایط اولیه و شرایط مرزی مناسب، می توان یک جریان گذرا را تعریف نمود.

- 1) Continuity Equation - Material Balance Equation معادله پیوستگی - بقای جرم
- 2) Transport Equation معادله داری
- 3) Compressibility Equation معادله تراکم پذیری

معادله تراکم پذیری نشان دهنده تغییرات حجم نسبت به فشار است.

## 4) Initial & Boundary Conditions

دو شرط مرزی وجود دارد :

- دبی تولیدی چاه ثابت است.

- در مرزهای خارجی هیچ جریانی وجود ندارد و رفتار مخزن به گونه ای است که می توان فرض کرد مخزن بی نهایت است.

طبق اصل بقای جرم :

$$Mass_{in} - Mass_{out} = Accumulation \pm inj./prod.$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r(v \cdot \rho)] = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \phi)$$

$$\begin{cases} v: \text{Velocity} \left[ \frac{ft}{day} \right] \\ \rho: \text{Density} \left[ \frac{lb}{ft^3} \right] \end{cases}$$

در سیستم مختصات قطبی

با جایگذاری ما از رابطه داری در معادله بالا :

$$v = (5.615)(0.001127) \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$$

د انتگرال گیری و نادیده گرفتن عبارت  $\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)^2$  بدست آوردیم :

$$0.006328 \frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} \right] = \varphi c_t \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{(\varphi \mu c_t)}{(0.006328 k)} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

$\downarrow$   
 $\frac{1}{\eta}$

$$\eta = \frac{0.006328 k}{\varphi \mu c_t} \quad \text{ضریب ثابت انتشار (Diffusivity Coefficient)} = \eta$$

$$k [mD] \quad , \quad c [psi^{-1}] \quad , \quad \eta \left[ \frac{ft^2}{day} \right]$$

$$\mu [cp] \quad , \quad t [day]$$

در رابطه بالا :

در برخی منابع آمده است :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\varphi \mu c_t}{0.000264 k} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$k [mD] \quad , \quad t [hrs]$$

$$c_t [psi^{-1}] \quad , \quad \eta \left[ \frac{ft^2}{hrs} \right]$$

که در این رابطه

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

معادله انتشار

فرض های به کار رفته در معادله انتشار :

$$\begin{cases} \text{Homogeneous Reservoir} : & k = \text{const.} , h = \text{const.} \\ \text{Areally Isotropic} : & k_x = k_y \\ \text{Vertically Isotropic} : & k_H = k_V \end{cases}$$

- محیط متخلخل همگن و ایزوتروپیک است.



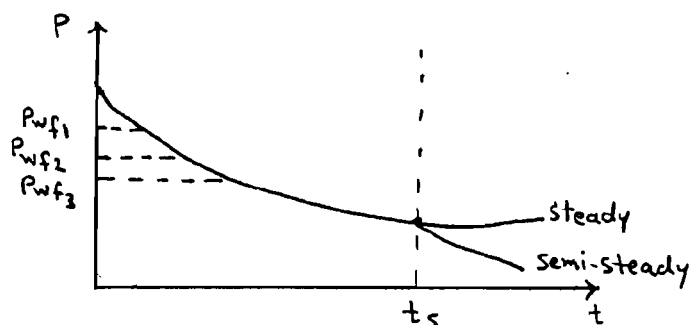
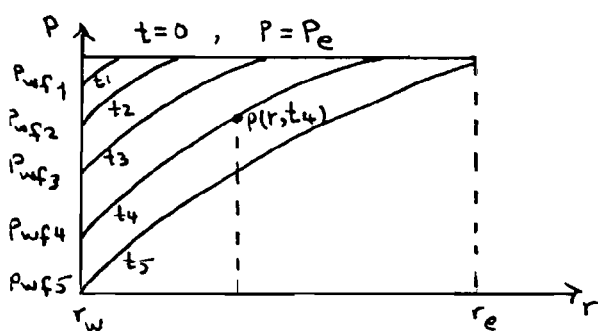
به دلیل نیردی دارده از لایه های بالایی که بر روی  $K_v$  (تراوایی درجهت عمودی) تأثیری گذارد ،  $K_H = K_v$  معمولاً برقرار نیست.

- ضخامت یکسان مخزن

- جریان سیال آرام (Laminar) است فقط یک سیال در مخزن جاری است. خواص سنگ و سیال ، مستقل از فشار است.

اگر Porosity Isomap یا Permeability Isomap را داده باشند ، میکر نمی توان  $K$  و  $\phi$  را ثابت در نظر گرفت . در این حالت نمی توان از روش های Analytical استفاده نمود . برای روش های Numerical ، مخزن را به سلول های بسیار زیادی تقسیم نموده ، برای هر سلول محاسبات لازم را انجام داده ، معادلات حل می شوند. در روش Analytical ، به جای پرمتیغیر ، مقدار متوسط آن را قرار می دهیم .

در روش Analytical ، معادله انتشار یک معادله دیفرانسیلی تبدیل شده که جواب آن "فشار در زمان  $t$  در فاصله  $r$  از چاه" است.



$t_s$  : زمان پایان حالت گذرا . در این زمان محوط سقوط فشار به مرزهای مخزن می رسد و بعد از آن تابعی از

شرایط مرزها حالت Steady State یا Semi-Steady State به وجود می آید.

## ► Radial Flow of Slightly Compressible Fluids - Unsteady State

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$$

دو روش برای حل معادله انتشار وجود دارد :

- 1) Constant Terminal Pressure Solution
- 2) Constant Terminal Rate Solution

روش اول :

در این روش می توان جریان انباشتی (Cumulative Flow) سیال را با فرض ثابت بودن فشار در یکی

از مرزهای مخزن محاسبه کرد. از این روش برای محاسبه "Water Flux" در مباحث مربوط به سفره های آب استفاده می شود

روش دوم :

این روش، روش حل اکثر Pressure Transient Test است.

در این روش چاه با یک دبی ثابت تولید می کند و فشار جریان به چاه اندازه گیری می شود. دو روش حل وجود دارد :

- { A) Ei - Function Solution
- { B)  $P_D$  Solution

که این دو اختصار عبارات زیر هستند :

Exponential Integral (Ei)

Dimensionless Pressure ( $P_D$ )

فشار بدون بُعد

## حل معادله انتشار بر روش $Ei$

Russell و Mathews در سال ۱۹۶۷ م. این روش را بر اساس فرضیات زیر ارائه دادند :

- مخزن بی نهایت است .
- چاه بادی ثابت تولید می کند .
- فشار مخزن در لحظه اولیه یکسان است .
- چاه در مرکز یک سیلندر با شعاع  $R_e$  قرار دارد (مدل شعاعی) .
- در مرزهای خارجی جریانی وجود ندارد .

با فرض موارد بالا ، آنها جواب حل معادله انتشار را به شکل زیر ارائه دادند :

$$P(r,t) = P_i + \left[ \frac{70.6 Q_o M_o B_o}{k h} \right] \cdot Ei \left[ \frac{-948 \phi M_o C_t r^2}{k t} \right]$$

در رابطه بالا

$$Q_o \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right], B_o \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} \right], h \text{ [ft]}, C_t \text{ [psi}^{-1}\text{]}$$

$$t \text{ [hrs]}, k \text{ [mD]}, M_o \text{ [cP]}, r \text{ [ft]}$$

$$Ei(-x) = - \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = \ln x - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2 \times 2!} - \frac{x^3}{3 \times 3!} + \dots$$

x را از رابطه زیر محاسبه می کنیم :

$$x = \frac{948 \phi M_o C_t r^2}{k t}$$

دو حالت پیش می آید :

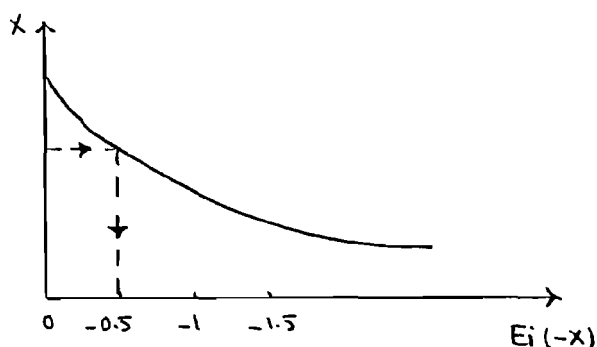
$$1) \quad x < 0.02$$

$$Ei(-x) \approx \ln(1.781 x) = \ln x + \ln(1.781) = \ln x + 0.577$$

از رابطه تیلور به دست می آید

$$2) x > 0.02$$

$Ei(-x) \rightarrow$  از منحنی یا جدول



$$P(r, t) = P_i + \left[ \frac{70.6 Q_o M_o B_o}{k h} \right] \cdot \ln \left[ 1.781 * \frac{948 \varphi M_o c_t r^2}{k t} \right]$$

می توان در معادله بالا به جای  $\log$  استفاده نمود:

$$P(r, t) = P_i - \frac{162.6 Q_o M_o B_o}{k h} \left[ \log \left( \frac{k t}{\varphi M_o c_t r^2} \right) - 3.23 \right]$$

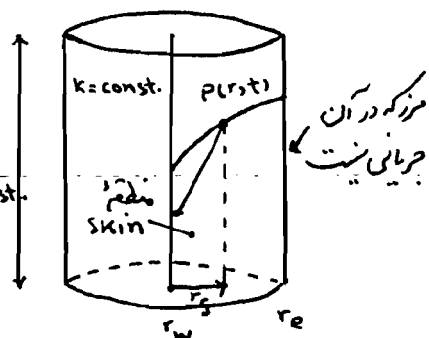
$$r = r_w : P_{wf} = P_i - \frac{162.6 Q_o M_o B_o}{k h} \left[ \log \left( \frac{k t}{\varphi M_o c_t r_w^2} \right) - 3.23 \right]$$

معادله های فوق زمانی صحیح است که:

$$t > \frac{948 * 10^4 \varphi M_o c_t r^2}{k}$$

تا زمانی که مخروط سقوط فشار به مرزها نرسیده است، می توان فرض نمود مخزن بی نهایت است.

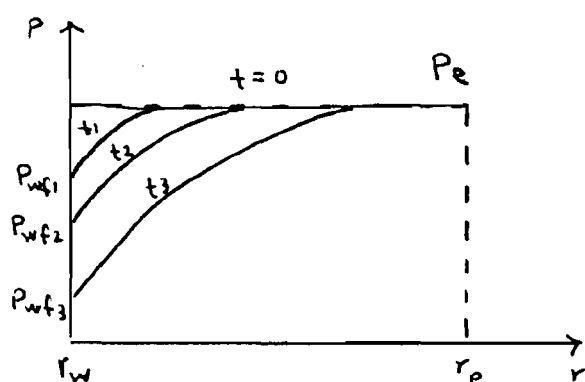
در منطقه skin چاه رفتار دائمی ندارد و در منطقه مرزها نیز رفتار واقعی مخزن نشان داده نمی شود.



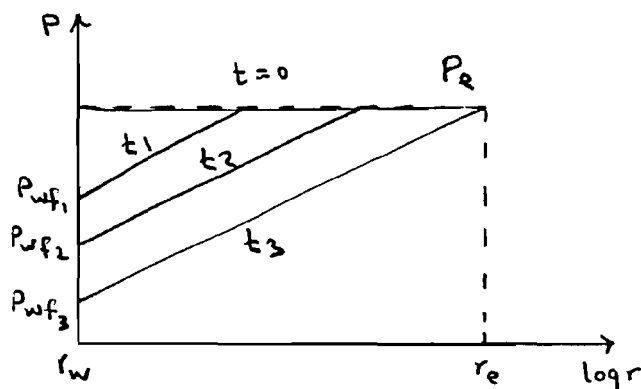
مثال: چاهی به مدت 20 روز با دبی  $400 \frac{\text{STB}}{\text{day}}$  تولید می‌کند. جریان سیال دارای رفتار ناپایدار و مخزن بی‌نیایت

است. فشار در شعاع 1500 ft چاه چقدر است؟

$$\begin{aligned} \mu_o &= 0.6 \text{ cP} & , & \quad k = 150 \text{ mD} & , & \quad \phi = 30\% & , & \quad P_e = P_i = 2500 \text{ psi} \\ B_o &= 1.2 & , & \quad h = 25 \text{ ft} & , & \quad c_t = 8 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \end{aligned}$$



منحنی افت فشار در اطراف چاه



منحنی افت فشار در اطراف چاه

### حل معادله انتشار به روش $P_o$

می‌توان معادله انتشار را بدون بعد و آنرا ساده کرد.

$$\begin{cases} P_o & \text{شمار بدون بعد} \\ t_o & \text{زمان بدون بعد} \\ r_o & \text{شعاع بدون بعد} \end{cases}$$

با تعریف پارامترهای بدون بعد

پارامترهای بدون بعد از ترکیب پارامترهای مختلف مخزن به دست می‌آید و بدین ترتیب مقادیر مجهولات معادله

انتشار کاهش می‌یابد و می‌توان آنرا به سادگی حل کرد.

$$Q_o = \frac{0.00708 kh (P_e - P_{wf})}{\mu_o B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

$$\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) = \frac{P_e - P_{wf}}{\frac{Q_o \mu_o B_o}{0.00708 kh}}$$

سمت چپ معادله بدون بعد است، پس بایستی سمت راست نیز بدون بعد باشد. درست راست  $(P_e - P_{wf})$

از جنس فشار است. بنابراین  $\frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 Kh}$  نیز باید از جنس فشار باشد تا سمت راست بدون بعد شود.

$$P_D = \frac{P_e - P_{wf}}{\frac{Q_o B_o M_o}{0.00708 Kh}} \quad \text{بنابراین:}$$

in transient flow :

$$P_D = \frac{P_i - P(r, t)}{\frac{Q_o M_o B_o}{0.00708 Kh}}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad \therefore \quad r_{eD} = \text{External Dimensionless Radius} = \frac{r_e}{r_w}$$

$$t_D = \frac{0.000264 K t}{\Phi \mu C_t r_w^2} \quad K [mD], \quad t [hrs]$$

$$t_{DA} = \frac{0.000264 K t}{\Phi \mu C_t A} \quad \text{زمان بدون بعد بر اساس سطح زیرش چاه (Drainage Area)}$$

$$A = \text{Total Drainage Area} = \pi r_e^2 \quad [ft^2]$$

با استفاده از کیفیت های بدون بعد  $P_D$ ،  $r_D$ ،  $t_D$  شکل بدون بعد معادله انتشار:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \cdot \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}$$

جواب حل معادله بدین بعد انتشار ( روش وان اوردینگتن و هارست )

Van Everdingen and Hurst method :

- ۱) حل کاملاً شعاعی است .
- ۲) دبی تولیدی ثابت است .
- ۳) جریان در مرزهای خارجی محزن وجود ندارد .
- ۴) در زمان  $t=0$  یک فشار یکنواخت و ثابت در محزن وجود دارد .

Chater & Lee جواب های حل معادله انتشار توسط Van Everdingen & Hurst

را به شکل جداولی ارائه دادند و دو حالت را از هم تمایز کردند :

1) Infinite Reservoir ( $r_{eD} = \infty$ )

آنجا  $P_D = f(t_D)$  → 387 صفحه (2-6) جدول ارائه دادند -

یک تقریب برای محاسبات Chater & Lee وجود دارد :

$$t_D < 0.01 \Rightarrow P_D = 2\sqrt{\frac{t_D}{\pi}}$$

$$t_D > 100 \Rightarrow P_D = 0.5 [\ln(t_D) + 0.80907]$$

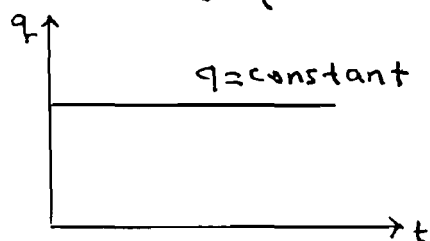
2) Finite Reservoir : ( $r_{eD} = r_e/r_w$ )

$$P_D = f(t_D, r_{eD})$$

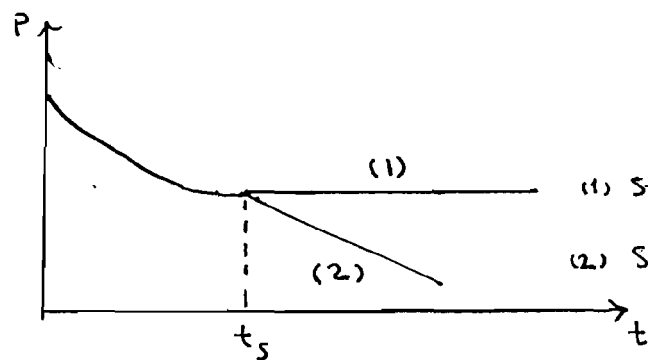
$r_{eD}$  را تغییر داده و  $t_D$  و  $P_D$  های مختلف را می یابند . آنها این مقادیر را در جدول (3-6) صفحه 389 کتاب terek Ahmad ارائه دادند .

## Pseudo Steady State Flow

چاه بادی ثابت تولید می‌کند، (البته در عمل نمی‌توان دبی چاه را ثابت نگه داشت).



$t_s$ : زمانی است که فشار stable می‌شود و تابعی از شرایط مرزها در حالت داریم:



(1) Steady state

(2) Semi-steady state → فشار به صورت خطی کاهش می‌یابد

$$t_s \approx 380 \frac{\phi M C_t A}{k}$$

for radial system:

$$t_s \approx 1200 \frac{\phi M C_t r_e^2}{k}$$

$$t_s [\text{hrs}], k [\text{md}]$$

← چاه در مرکز یک دایره به هم قرار دارد.

برای جریان شبه پایدار:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_r = \text{const}$$

$$c = - \frac{1}{V_p} \cdot \frac{\partial V_p}{\partial P} \Rightarrow c \cdot V_p \cdot \partial P = - \partial V_p$$



از رابطه بالا نسبت به زمان دیفرانسیل می گیریم :

$$c \cdot v_p \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\partial v_p}{\partial t} = -q$$

$$c \cdot v_p \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = -q \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{q}{c \cdot v_p}$$

$\frac{\partial P}{\partial t}$  ثابت ،  $q$  نیز ثابت است پس فرض می کنیم که  $c$  و  $v_p$  نیز ثابت است .

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-Q B_o}{24 c v_p} = \frac{-q}{24 c v_p}$$

$$\begin{cases} q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right] , & Q \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right] \\ B_o \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} \right] , & v_p \left[ \text{bbl} \right] \\ \frac{\partial P}{\partial t} \left[ \frac{\text{psi}}{\text{hrs}} \right] , & c \left[ \text{psi}^{-1} \right] \end{cases}$$

$$v_p = \phi v_b \Rightarrow v_p = \phi \cdot \pi r^2 \cdot h \quad [\text{ft}^3]$$

$$v_p = \frac{\phi \pi r^2 h}{5.615} \quad [\text{bbl}]$$

$$1 \text{ bbl} = 5.615 \text{ ft}^3$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{0.23396 q}{c_t \pi r_e^2 h \phi} = \frac{-0.23396 q}{c_t A h \phi}$$

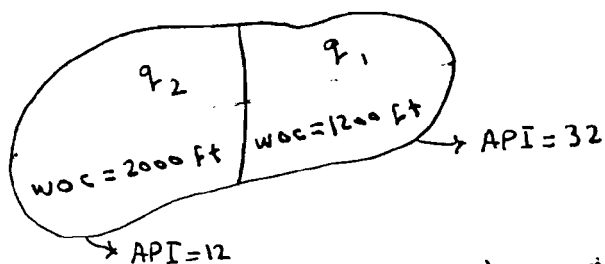
اگر از معادله بالا انتگرال بگیریم و فشار از  $P_i$  تا  $\bar{P}_r$  تغییر کند ، داریم :

$$P_i - \bar{P}_r = \frac{0.23396 q t}{c_t A h \phi} \Rightarrow \bar{P}_r = P_i - \frac{0.23396 q t}{c_t A h \phi}$$

$t$  زمان سپری شده تا آخر Transient Flow می باشد .

در یک مخزن می توان Region های مختلفی داشت ؛ و نیز انواع سنگ های مختلف و سیالات مختلف .

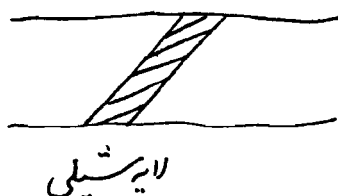
همچنین در مخزن می توان Contact های مختلف داشت و در یک طرف WOC در یک عمق و در



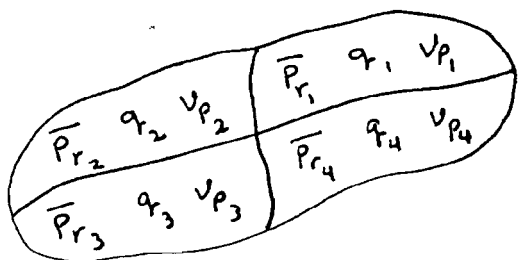
طرف دیگر، WOC در عمقی دیگر است.

بین مخازن می تواند گسل نیز وجود داشته باشد و با لایه شیلی باعث

وجود Contact های مختلف شود.



وقتی خواص نفت متفاوت است، فشار را نیز در مکان های مختلف مخزن متفاوت است.



در این حالت فشار متوسط مخزن عبارت است از:

در صورتی که باشد:  $\begin{cases} V_p = \text{Pore Volume} \\ \bar{P}_{r_i} = \text{Volume Average Pressure} \end{cases}$

$$\bar{P}_r = \frac{\sum \bar{P}_{r_i} \cdot V_{p_i}}{\sum V_{p_i}}$$

$$\bar{P}_r = \frac{\sum \bar{P}_{r_i} \cdot q_i}{\sum q_i}$$

نمات کردیم برای یک جریان شعاعی سیال کم تراکم پذیر حالت ناپایدار:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \left( \frac{0.000264 K}{\phi \mu C_t} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{const.}$$

برای جریان شبه پایدار داریم:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{-0.23396 q}{c_t A h \phi}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \left( \frac{\phi M c_t}{0.000264 k} \right) \cdot \left( \frac{-0.23396 q}{c_t A h \phi} \right)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{-887 q M}{A h k}$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{-887 q M}{A h k}$$

$$\partial \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \left( \frac{-887 q M}{A h k} r \right) \cdot \partial r$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \int \left( \frac{887 q M}{A h k} \right) r \cdot \partial r$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{887 q M}{A k h} \left( \frac{r^2}{2} \right) + C_1$$

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{887 q M}{\pi r_e^2 h k} \cdot \frac{r^2}{2} + C_1$$

$$r = r_e \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{141.2 q M}{k h}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{141.2 q M}{h k} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right)$$

$$\partial P = \frac{141.2 q M}{h k} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) \partial r$$

از رابطه بالا انتگرال می گیریم:

$$\int_{P_{wf}}^{P_i} \partial P = \frac{141.2 q M}{k h} \int_{r_w}^{r_e} \left( \frac{1}{r} - \frac{r}{r_e^2} \right) \partial r$$

پس از آنکه گری و با ناریه گرفتن  $\frac{r_w^2}{r_e^2}$  ( زیرا این مقدار خیلی کوچک است ) خواهم داشت :

$$P_i - P_{wf} = \frac{141.2 q \mu}{k h} \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]$$

$$q = \frac{0.00708 k h (P_i - P_{wf})}{\mu \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.5 \right]}$$



$$Q_o = \frac{0.00708 k h (P_i - P_{wf})}{\mu B_o \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.5 \right]}$$

که در آن :

$$Q_o \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right], \quad q \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right], \quad B_o \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} \right]$$

$$k [\text{md}], \quad h [\text{ft}], \quad r, r_e [\text{ft}], \quad \mu [\text{cp}]$$

اگر در دو محادله اخیر به جای فشار اولیه مخزن ( $P_i$ ) از فشار متوسط حجمی ( $\bar{P}_r$ ) استفاده کنیم، محادله به شکل

$$Q_o = \frac{0.00708 k h [\bar{P}_r - P_{wf}]}{\mu B_o \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75 \right]}$$

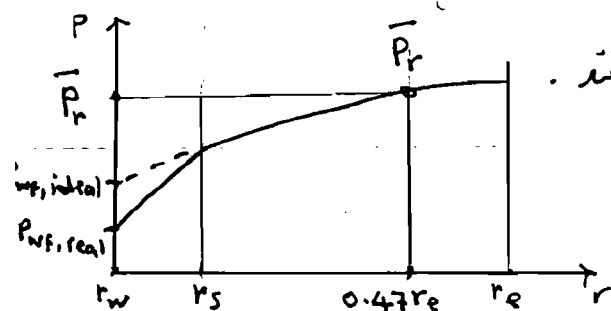
زیر درمی آید :

برای شبیه پایدار در فشار متوسط مخزن ( $\bar{P}_r$ )

$$\ln \left( 0.471 \frac{r_e}{r_w} \right) = \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + \ln (0.471) = \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75$$

$\bar{P}_r$  : Volume Average Reservoir Pressure

فشار متوسط مخزن در 47٪ شعاع ریزش چاه اتفاق می افتد .



فشار در هر مخزن مستقل از شکل مخزن (Geometry) می تواند به حالت شبه پایدار برسد.

برای تاثیر دادن شکل مخزن در محاسبات پارامتر  $C_A$  را دارد معادلات می کنیم. برای پارامتر Shape Factor

مگویند. معادیر  $C_A$  در جدول (6-4) صفحه 414 کتاب

Tarek Ahmed آمده است.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{-887.229 M}{A h k}$$

$$\bar{p}_r = p_i - \frac{Q B_o}{C_t A h \phi} \quad \text{و بدانتن اینم فشار متوسط مخزن برابر است با:}$$

خواهیم داشت:

$$p_{wf} = \bar{p}_r - \frac{162.6 Q B^M}{k h} \log \left[ \frac{4 A}{1.781 C_A r_w^2} \right] \quad (6-136)$$

در صورتی که معادله بالا را بر حسب  $p_i$  بنویسیم:

$$p_{wf} = \left[ p_i - \frac{Q B_o}{C_t A h \phi} \right] - \frac{162.6 Q B^M}{k h} \log \left[ \frac{4 A}{1.781 C_A r_w^2} \right] \quad (6-137)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k [md] \\ A [ft^2] \\ C_t [psi^{-1}] \\ t [hrs] \\ h [ft] \\ C_A : \text{Shape Factor} \\ r_e, r_w [ft] \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} B_o \left[ \frac{bbt}{STB} \right] \\ Q \left[ \frac{STB}{day} \right] \\ q \left[ \frac{bbt}{day} \right] \end{array} \right\}$$

## > Gases

### قانون گازها

EOS (Equation of State) for real gas :  $PV = nRTz$

$z$  ، (ضریب انحراف - ضریب فوق تراکم پذیری) Compressibility Factor گفته می شود و نشان می دهد گاز های حقیقی چه میزان از گازهای ایده آل تراکم پذیرترند.

$$z = \frac{V_{real}(P, T)}{V_{ideal}(P, T)}$$

$z$  میزان انحراف گاز از حالت ایده آل را نشان می دهد.

$$P \cdot V = nRTz \quad (1)$$

$$P_{sc} \cdot V_{sc} = nRT_{sc} \quad (2) \quad (@ \text{ standard conditions : } z=1)$$

شرایط در زمین و در اطراف چاه را Standard Condition گویند.

$$\left\{ P_{sc} = 14.7 \text{ psia} \quad , \quad T_{sc} = 60^\circ F \right\}$$

$$\frac{P}{P_{sc}} \left( \frac{V}{V_{sc}} \right) = \frac{T}{T_{sc}} \cdot z \quad \text{رابطه (1) را بر رابطه (2) تقسیم :}$$

$$B_g = \text{Gas Formation volume Factor} = \text{ضریب حجمی گاز} = \frac{V_g(P_{res}, T_{res})}{V_g(P_{sc}, T_{sc})}$$

گاز به دلیل اختلاف فشار مخزن و سرچاه ، (گاز فشار) منبسط می شود و به دلیل کاهش دما کمی منقبض می شود.

$$\frac{P}{P_{sc}} \cdot B_g = \frac{T}{T_{sc}} \cdot z$$

$$\frac{P}{P_{sc}} \left( \frac{q}{q_{sc}} \right) = \frac{T}{T_{sc}} \cdot z \Rightarrow q = \frac{P_{sc} \cdot q_{sc}}{T_{sc}} \cdot \frac{Tz}{P} \quad , \quad q \left[ \frac{\text{ft}^3}{\text{day}} \right]$$

$$q = \frac{P_{sc} \cdot q_{sc}}{5.615 T_{sc}} \cdot \frac{T \cdot z}{P}$$

پس قانون گازها بدین صورت نوشته می شود :

که در آن :

$$\left\{ \begin{array}{l} q \text{ (Gas Rate) } \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right] \\ P_{sc} = 14.7 \text{ psi} \\ T_{sc} = 520^{\circ}R \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q_{sc} \left[ \frac{\text{SCF}}{\text{day}} \right] \\ P \text{ [Psi]} \\ T \text{ [}^{\circ}R\text{]} \\ z \text{ [-]} \end{array} \right\}$$

### ● Gas Formation Volume Factor ( $B_g$ )

$$PV = nRTz$$

$$P_{sc} \cdot V_{sc} = nRT_{sc}$$

$$\frac{P}{P_{sc}} \left( \frac{V}{V_{sc}} \right) = \frac{T}{T_{sc}} \cdot z \quad \left( \frac{V}{V_{sc}} \right) = B_g = \text{ضریب حجمی گاز}$$

$$\frac{P}{P_{sc}} \cdot B_g = \frac{T}{T_{sc}} \cdot z \Rightarrow B_g = \left( \frac{P_{sc}}{T_{sc}} \right) \left( \frac{T}{P} \right) \cdot z$$

$$P_{sc} \cdot V_{sc} = nRT_{sc} \Rightarrow \frac{P_{sc}}{T_{sc}} = \frac{nR}{V_{sc}}$$

حجمی که یک مولکول گرم گاز ( $n=1$ ) در شرایط متعارفی (استاندارد) اشغال می کند، 22.4 lit است.

حجمی که یک مول پوند گاز ( $n=1$ ) در شرایط استاندارد اشغال می کند، 379.4 ft<sup>3</sup> است.

$$\frac{P_{sc}}{T_{sc}} = \frac{1 \cdot 10.73}{379.4}$$

$$R = 10.73 \left( \frac{\text{Psi} \cdot \text{ft}^3}{\text{lb} \cdot \text{mole} (^{\circ}R)} \right)$$

$$\frac{P_{sc}}{T_{sc}} = 0.02829$$

$$\frac{P_{sc}}{T_{sc}} = \frac{1 \cdot R}{379.4} = \frac{R}{379.4}$$

$$B_g = \frac{R}{379.4} \left( \frac{T}{P} \right) Z$$

$$B_g = \frac{10.73}{379.4} \left( \frac{T}{P} \right) Z$$

$$B_g = 0.02829 \frac{TZ}{P}$$

$$\begin{cases} B_g \left[ \frac{\text{ft}^3}{\text{scf}} \right] \\ T [^{\circ}\text{R}] \\ P [\text{psi}] \end{cases}$$

Z تابعی از فشار است، پس  $B_g$  تابعی از فشار و دما است.

### • Gas Density ( $\rho_g$ )

چگالی گاز ( $\rho_g$ )

$$PV = nRTZ, \quad n = \frac{m}{M}$$

$$PV = \frac{m}{M} RTZ \Rightarrow PM = \left( \frac{m}{V} \right) RTZ \Rightarrow PM = \rho_g RTZ$$

$$\Rightarrow \rho_g = \frac{PM}{RTZ}$$

$$\begin{cases} P [\text{Pa}] & , M \left[ \frac{\text{kg}}{\text{mole}} \right] \\ T [^{\circ}\text{K}] & , \rho \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \\ R = 8.31432 \left[ \frac{\text{J}}{\text{ok.mole}} \right] \end{cases}$$

### • Gas Specific Gravity ( $\gamma_g$ )

$$\gamma_g = \frac{M}{M_a} \quad \text{میانگین مولی} \quad M_a = 28.97 \left( \frac{\text{g}}{\text{mole}} \right)$$

$$\gamma_g = \frac{M}{28.97} \Rightarrow M = 28.97 \gamma_g$$

$$\rho_g = \frac{PM}{RTZ} = \frac{28.97 \gamma_g P}{RTZ}$$

$$R = 10.73 \left( \frac{\text{psi} \cdot \text{ft}^3}{\text{lb.mole} (^{\circ}\text{R})} \right)$$

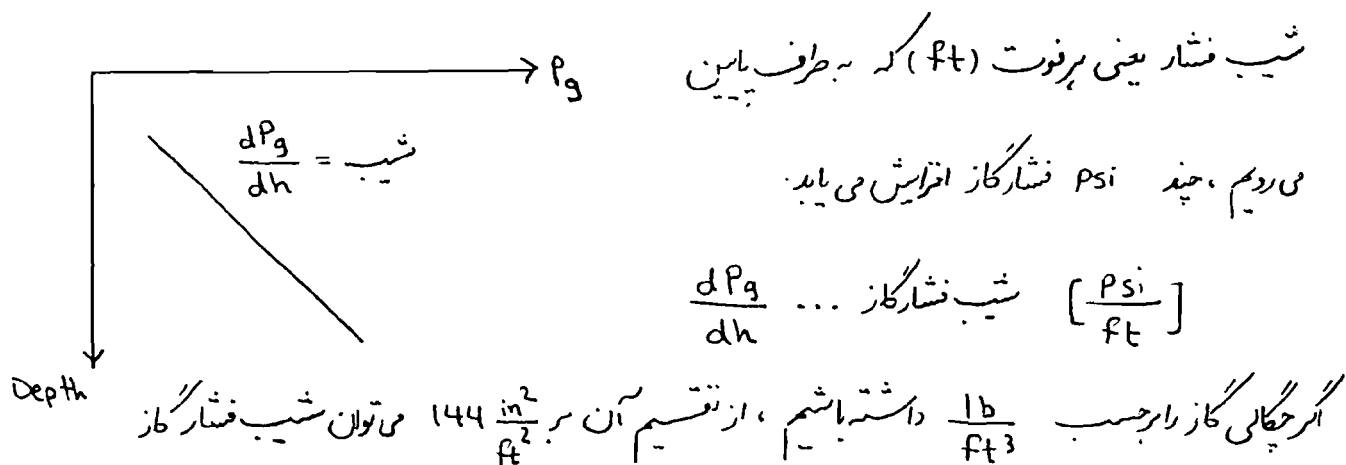


$$\rho_g = \frac{28.97}{10.73} \frac{\gamma_g P}{Tz} \Rightarrow \rho_g = \frac{2.7}{zT} \gamma_g P = \text{gas density}$$

$$\left\{ \rho_g \left[ \frac{\text{lb}}{\text{ft}^3} \right], \gamma [-], P [\text{psi}], z [-], T [^\circ \text{R}] \right\}$$

### ● Gas Gradient $\left( \frac{dP_g}{dh} \right)$

شیب فشار گاز



$$\frac{\rho_g}{144} = \text{Pressure Gradient of Gas}$$

را بر حسب  $\frac{\text{psi}}{\text{ft}}$  بدست آورد.

$$\frac{2.7}{zT} \gamma_g P \cdot \frac{1}{144} = \frac{0.01875}{zT} \gamma_g P \quad \left[ \frac{\text{psi}}{\text{ft}} \right]$$

$$\gamma_g = \frac{\rho_g}{\rho_a} = \frac{M}{M_a}$$

$\rho_g$  = gas density

$\rho_a$  = air density

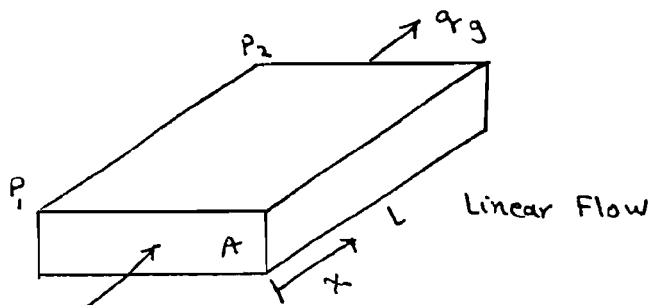
$M$  = Gas molecular weight

$M_a$  = air molecular weight

## Linear Flow of Real Gases - Steady State

جریان خطی گازهای حقیقی - حالت پایدار

(Real Gases = Compressible Fluids)



توازن گازها: شدت جریان گاز ( $q_g$ ) در شرایط مخزن بر حسب  $\left[\frac{\text{bbl}}{\text{day}}\right]$  برابر است با:

$$q_g = \frac{P_{sc} \cdot q_{sc} \cdot T \cdot Z}{5.615 T_{sc} \cdot P}$$

رابطه داری:  $q_g = -1.127 \frac{AK}{\mu_g} \cdot \frac{\partial P_g}{\partial x}$

$$\frac{P_{sc} q_{sc} T Z}{5.615 T_{sc} P} = -1.127 \frac{AK}{\mu_g} \cdot \frac{\partial P_g}{\partial x}$$

با فرض این که  $\mu_g$  و  $Z$  ثابت هستند و تابعی از فشار نمی باشند!

$$\frac{q_{sc} P_{sc} T Z \mu_g}{5.615 (1.127) K T_{sc} A} \int_0^L \partial x = - \int_{P_1}^{P_2} P \cdot \partial P_g$$

$$q_{sc} = \frac{3.164 T_{sc} AK (P_1^2 - P_2^2)}{P_{sc} T Z L \mu_g}$$

در شرایط استاندارد  $\begin{cases} P_{sc} = 14.7 \text{ psia} \\ T_{sc} = 520^\circ R \end{cases}$  شدت جریان گاز (در شرایط گاز) برشع زیر است:

Approximation of Gas Flow Rate (چون  $\mu_g$  و  $Z$  ثابت فرض شده اند)

$$q_{sc} = \frac{111.924 AK (P_1^2 - P_2^2)}{T Z L \mu_g}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{sc} \left[ \frac{\text{SCF}}{\text{day}} \right], K [\text{darcy}], T [^\circ R], L [\text{ft}] \\ A [\text{ft}^2], P_1, P_2 [\text{psia}], \bar{Z} [-], \bar{\mu}_g [\text{cP}] \end{array} \right\}$$

این رابطه برای فشارهای کمتر از 2000 psia صیح است. خواص گاز (ش،  $M_g$  و  $Z$ ) خواص متوسط گاز

هستند که در فشار متوسط زیر اندازه گیری شده اند :

$$\bar{P} = \left( \frac{P_1^2 + P_2^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Darcy Law (for oil) :  $q_o \propto \Delta P$   $\Delta P = P_1 - P_2$

Darcy Law (for gas) :  $q_g \propto \Delta P^2$   $\Delta P^2 = P_1^2 - P_2^2$

### ► Radial Flow of Real Gases - Steady State (approximation solution)

طبق قانون گاز با شدت جریان گاز در شرایط مخزن بر حسب بشکه در روز برابر است با :

$$q_g = \frac{q_{sc} P_{sc} T Z}{5.615 T_{sc} P}$$

$q_g = +1.127 \frac{AK}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$   $A = 2\pi rh$  مساحت جانبی استوانه

$$\frac{q_{sc} P_{sc} T Z}{5.615 T_{sc} P} = +1.127 \frac{2\pi rhk}{M_g} \cdot \frac{\partial P}{\partial r}$$

با فرض ثابت بودن  $Z$ ،  $M_g$  :

$$\frac{q_{sc} P_{sc} T Z \mu}{T_{sc} (5.615) (1.127) (2\pi kh)} \int_{r_w}^{r_e} \frac{1}{r} dr = + \int_{P_1}^{P_2} P \cdot \partial P \quad \textcircled{I}$$

$$\frac{q_{sc} P_{sc} T}{T_{sc} (5.615) (1.127) (\pi kh)} \int_{r_w}^{r_e} \frac{1}{r} \partial r = + \int_{P_1}^{P_2} \frac{2P}{M_g Z} \partial P \quad \textcircled{II} \quad Z, M_g \neq \text{const.}$$

$$\int_0^P \frac{2P}{M_g Z} = m(P) = \Psi$$

$\Psi =$  Real Gas Pseudo Pressure  
شبه فشار

اگر در مباحث مربوط به گاز،  $M_g$  و  $Z$  را ثابت فرض کنیم، در این صورت به جای فشار  $(P)$  از مفهوم شبه فشار  $m(P)$  استفاده می‌کنیم.

در این حالت فرض شده که  $M_g$  و  $Z$  ثابت هستند، بنابراین رابطه (I) برقرار خواهد بود.

$$q_{sc} = \frac{19.88 T_{sc} h k (P_e^2 - P_{wf}^2)}{P_{sc} T \bar{Z} \bar{M}_g \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad \begin{cases} P_{sc} = 14.7 \text{ psia} \\ T_{sc} = 520^\circ R \end{cases}$$

در شرایط استاندارد  $(P_{sc}, T_{sc})$ ، با پارامتری زیر:

$$\left\{ \begin{array}{lll} q_{sc} \left[ \frac{\text{SCF}}{\text{day}} \right] & , P_e, P_{wf} [\text{psia}] & , Z [-] \\ k [\text{darcy}] & , \bar{M}_g [\text{cp}] & , r_e, r_w [\text{ft}] \\ h [\text{ft}] & , T [^\circ R] & \end{array} \right\}$$

$$q_{sc} = \frac{703 kh (P_e^2 - P_{wf}^2)}{\bar{M}_g T \bar{Z} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

این رابطه برای فشارهای کمتر از 2000 psia کاربرد دارد.

$$\bar{P}^2 = \left( \frac{P_e^2 + P_{wf}^2}{2} \right) : \text{خواص گاز مثل } (\bar{Z}, \bar{M}_g) \text{ در فشار متوسط زیر اندازه گیری شده اند}$$

$$k, h = \text{const.} \quad \bar{Z}, \bar{M}_g \text{ ثابت فرض شده اند. اگر فرض هموزن باشد} :$$

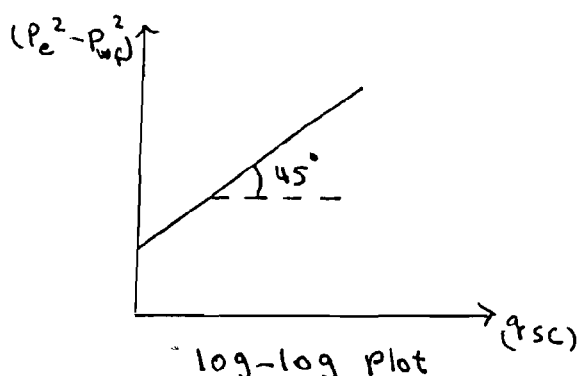
$$T = \text{const.} \Rightarrow \frac{703 kh}{\bar{M}_g T \bar{Z} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \text{const.} = C$$

$$r_e, r_w = \text{const.} \quad q_{sc} = C [P_e^2 - P_{wf}^2] \quad \text{برای جریان آرام}$$

$$\log q_{sc} = \log C + \log (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

رابطه بالا یک خط راست است؛ یعنی اگر بر روی یک منحنی  $\log - \log$ ،  $q_{sc}$  را بر حسب  $(P_e^2 - P_{wf}^2)$

رسم کنیم، یک خط راست به دست می آید با شیب  $m$ .  
( $\alpha = 45^\circ \Rightarrow m = 1$ ) اگر



معنی (۱)

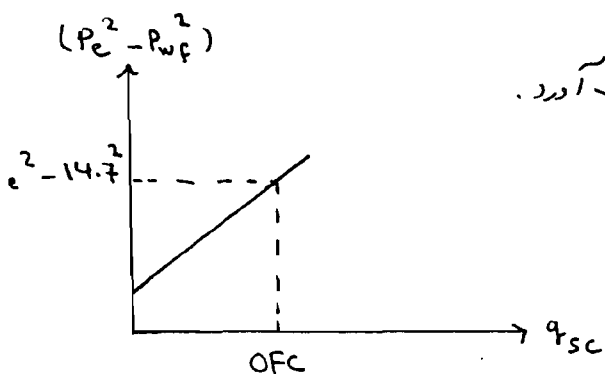
برای جریان آرام

در گذشته برای تعیین OFC (Open Flow Capacity) یا پتانسیل چاه باز در یک چاه کاری، چاه را بازمی گذاشتند و پس فشار (Back Pressure) را مرحله به مرحله کم می کردند تا به مقدار مینیمم آن یعنی فشار اتمسفر برابر با 14.7 psia برسد. در این حالت دبی تولیدی گاز برابر با پتانسیل چاه یا OFC بود. به این آزمایش «آزمایش پس فشار Back Pressure Test» گویند.

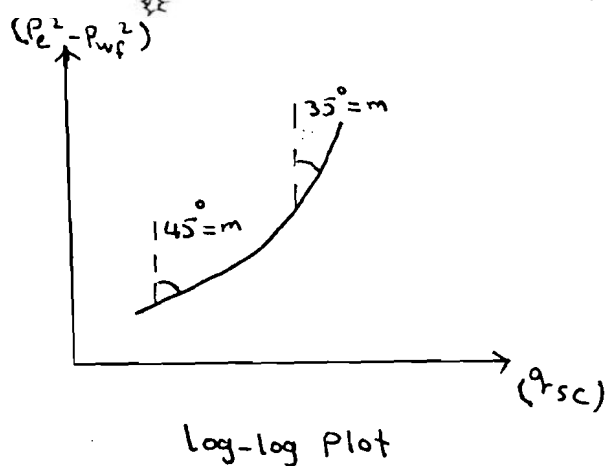
اما چون با بازگذاشتن چاه به محیط زیر آسپ می رسید، توسط معنی (۱) می توان OFC یک

چاه کاری را به دست آورد؛ بدین ترتیب که با فشار  $(P_e^2 - 14.7^2)$  روی معنی حرکت کرده و

از بردن یا بی معنی می توان OFC یک چاه کاری را به دست آورد.



برای جریان متلاطم (Turbulent Flow) در معنی (۱) زاویه  $\alpha$  کوچکتر از  $45^\circ$  (مثلاً  $35^\circ$ ) می شود و



تشکل منحنی (۱) از حالت خط راست خارج می شود.

منحنی (۲)

برای جریان متلاطم

در این صورت معادله جریان گاز به شکل زیر در می آید:

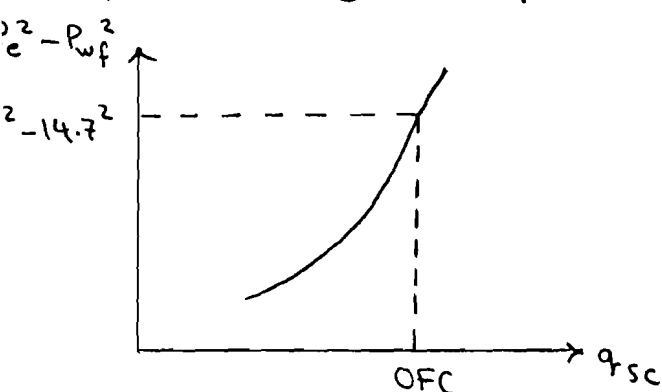
$$q_{sc} = C (P_e^2 - P_{wf}^2)^n$$

$n$ : Turbulent Factor

$$n = \frac{1}{m} \quad (m = \text{شیب خط})$$

مجدداً برای جریان متلاطم نیز می توان با استفاده از منحنی (۲) OFC یک چاه کاری را بدست آورد.

بدین ترتیب که با فشار  $(P_e^2 - 14.7^2)$  روی منحنی رفته و از برون یا بی منحنی می توان OFC چاه کاری



را بدست آورد.

$$OFC = q_{max} \quad \text{پتانسیل چاه کاری}$$

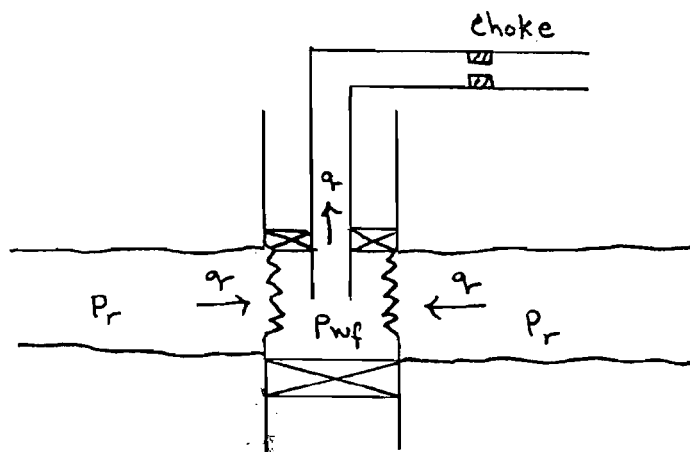
$$(P_{wf} = 14.7 \text{ psia})$$

$$q_g = q_{g_{max}} = OFC \quad \text{if} \quad P_{wf} = 14.7 \text{ psia}$$

$$q_g = AFC \quad \text{if} \quad P_{wf} = 0$$

OFC = پتانسیل چاه باز  
(دبی ماکزیمم یک چاه کاری)

$\begin{cases} OFC = \text{Open Flow Capacity} \\ AFC = \text{Absolute Flow Capacity} \end{cases}$



$P_{wf} \rightarrow$  Back Pressure

برعکس فشار سازند

Back pressure = پس فشار

پس فشار ناشی از چیست :

- این فشار در درجه اول ناشی از وزن هیدرواستاتیکی درون چاه است .

- عامل دیگر آن کوچک بودن دستگاه های تنگ کننده ( Separator ) است .

- عامل دیگر آن گرفتگی Tubing در اثر رسوب است .

- عامل دیگر آن وجود Choke ( جریانگاز ) است . توسط Choke میزان Back Pressure

را می توان کم و زیاد کرد . در نتیجه دبی کم و زیاد می شود . زیرا دبی وابسته به اختلاف فشار است و

فشار سازند قابل تغییر نیست .

مجموع این عوامل Back Pressure را ایجاد می کند که برعکس فشار سازند است .

$q(P_{wf}) \rightarrow$  Inflow Performance Relationship (IPR)

اگر  $q$  را تابعی از  $P_{wf}$  نشان دهیم ، بر  $q$  ،  $P_{wf}$  خاص خود را دارد .

باید برای مختلف تولید می کنیم و فشار ته چاه را

اندازه می گیریم و سپس  $q$  را بر حسب  $P_{wf}$  رسم

می کنیم . ( شکل منحنی بهر ) !

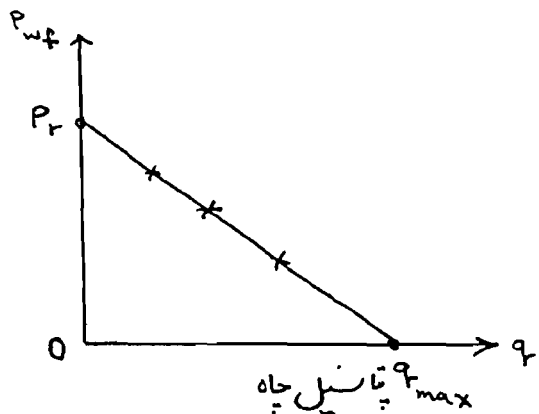
$q_1 \rightarrow P_{wf1}$

$q_2 \rightarrow P_{wf2}$

$q_3 \rightarrow P_{wf3}$

$\vdots$

$\vdots$



for One - Phase Flow

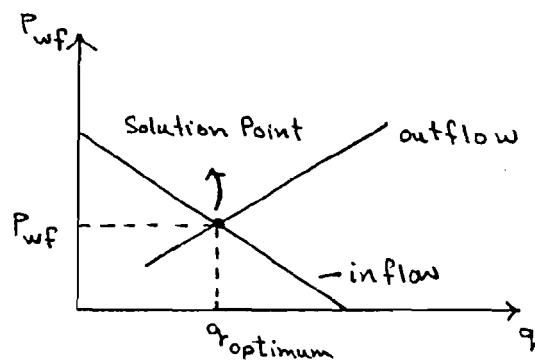
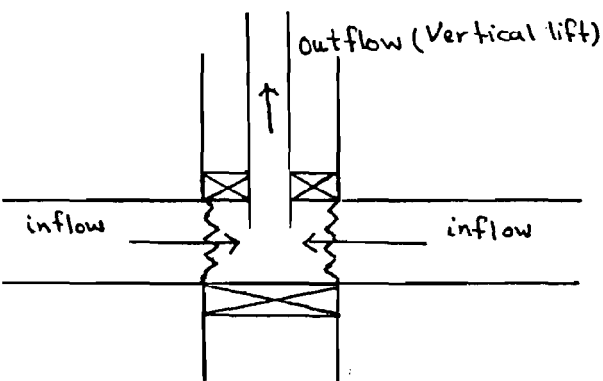
↳ Homogen Flow

↳ Ideal Flow

$$P_{wf} = P_r \Rightarrow q = 0$$

$$P_{wf} = 0 \Rightarrow q = q_{max} \quad \text{چاه}$$

اگر  $P_{wf} = 0$  باشد فشار وجود ندارد که سیال را به چاه برساند. البته چنین چیزی ممکن نیست چون حداقل فشار اتسفر وجود دارد.



معنی Inflow، معنی Outflow را در یک نقطه قطع می‌کند. این نقطه Solution Point است

که فشار مناسب برای تولید بهینه را بدست می‌دهد.



برای جریان شعاعی گازهای واقعی، حالت پایدار و

با فرض ثابت بودن  $\mu$ ،  $z$  گاز: (ثابت کردیم ۱)

$$q_{sc} = \frac{703 kh (P_e^2 - P_{wf}^2)^n}{\bar{\mu}_g T \bar{z} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \rightarrow \text{Approximation of Gas Flow}$$

$$q_{sc} = c (P_e^2 - P_{wf}^2)^n$$

$$\log q_{sc} = \log c + n \cdot \log (P_e^2 - P_{wf}^2)$$

مثال: برای یک چاه کاری، آزمایش ای پس فشار انجام شده و داده‌ای زیر بدست آمده‌اند.

$q_{sc} \left[ \frac{\text{MSCF}}{\text{day}} \right]$	$P_{wf} \text{ [Psi]}$
0	408.2 $\rightarrow P_e$
4.317	401.9
9.424	394
15.628	378.7
20.273	362.7

۱) بزرگی  $n$  و  $c$  چقدر است؟

۲) OFC این چاه کاری چه مقدار است؟

$$\log q_{sc} = \log c + n \log (P_e^2 - P_{wf}^2) \quad \text{الف)}$$

دو معادله را با اعدادی که به تعادف از جدول انتخاب می‌کنیم، می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \log 9.424 = \log c + n \log (408.2^2 - 394^2) \\ \log 20.273 = \log c + n \log (408.2^2 - 362.7^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = 0.681, \quad c = 16.28, \quad P_{wf} = 14.7 \Rightarrow \text{OFC} = 58.5 \frac{\text{MSCF}}{\text{day}}$$

## ➤ Inflow Performance Relationship (IPR)

$$q = f(P_{wf}) \rightarrow IPR$$

رابطه ای که  $q$  را تابعی از  $P_{wf}$  بیان کند -  
 IPR نامیده می شود .

رسم منحنی IPR به درشتی زیر!

$$PI = \frac{q}{\Delta P} \Rightarrow q = PI \cdot \Delta P \Rightarrow q = PI(\bar{P}_r - P_{wf}) \quad (1) \text{ با استفاده از رابطه:}$$

$$P_{wf1} \rightarrow q_1$$

$$P_{wf2} \rightarrow q_2$$

⋮

$$PI = \text{const.}$$

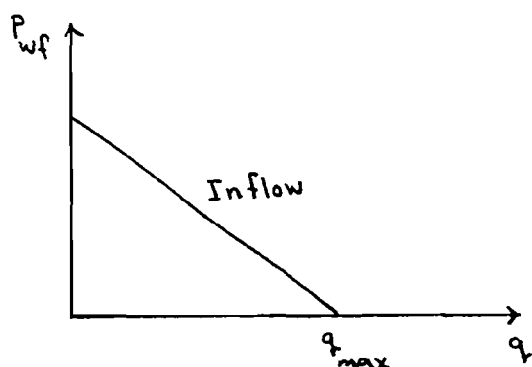
$$\bar{P}_r = \text{const.}$$

(۲) چاه با دبی  $q_1$  تولید می کند ←  $P_{wf1}$  را اندازه می گیریم .

چاه با دبی  $q_2$  تولید می کند ←  $P_{wf2}$  را اندازه می گیریم .

چاه با دبی  $q_3$  تولید می کند ←  $P_{wf3}$  را اندازه می گیریم .

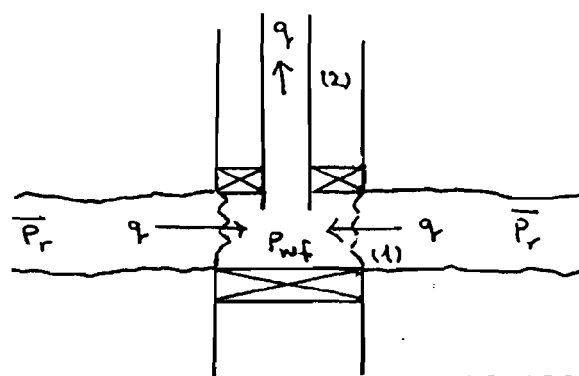
اکنون  $q$  را تابعی از  $P_{wf}$  رسم می کنیم .



for 1-Phase Flow

↳ Homogen Flow

↳ Ideal Flow



(1) : Inflow

حرکت سیال از مخزن به تپه چاه

(2) : Outflow (Vertical lift)

حرکت سیال از تپه چاه به سرچاه

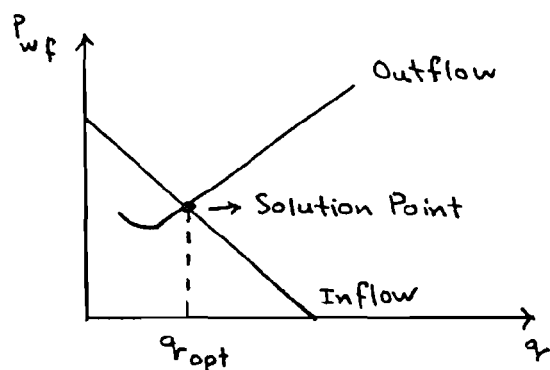
$$P_{wf} = \bar{P}_r \Rightarrow q = 0$$

$$P_{wf} = 0 \Rightarrow q = q_{max} \quad \text{تپانیل چاه}$$

اگر چاه با دبی کانزیم تولید کند، شن و ماسه های آن کنده شود و به داخل چاه می ریزد.

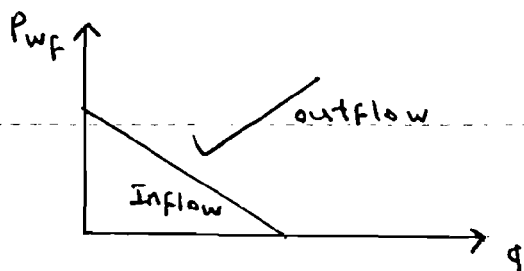
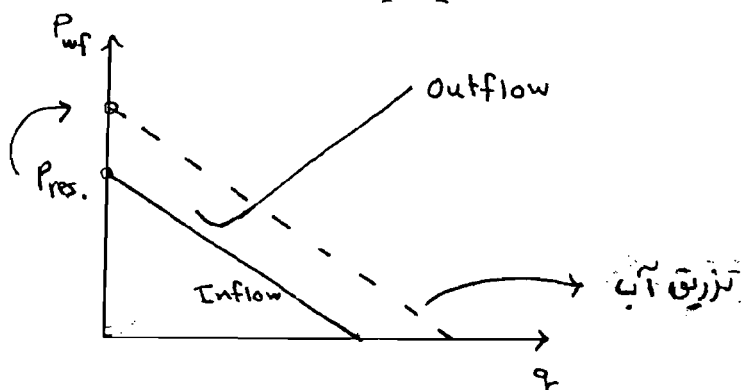
هرچایی با یک دبی بهینه (Optimal Rate) بایستی تولید کند. برای بدست آوردن دبی بهینه

منحنی Outflow را نیز رسم می کنیم. محل تلاقی منحنی Inflow و Outflow دبی بهینه چاه را می دهد.



اگر منحنی Inflow منحنی Outflow را قطع نکند، یعنی چاه با فشار طبیعی مخزن نمی تواند تولید کند و از روش های

مصنوعی تولید مثل پمپ باید استفاده کنیم یا روش های ازدیاد برداشت یا تغییر قطر لوله مغزی و ...



در منحنی رد بر روی منحنی Inflow منحنی  
outflow را قطع نمی کند ← یعنی چاه با فشار طبیعی  
مخزن دیگر نمی تواند تولید کند.

## ► Radial Flow of Real Gases - Steady State

### Exact Gas Flow Rate

### Exact Solution!

در حالت Radial Flow در گازهای Real ،  $M_g$  ،  $z$  ثابت نبوده و تابعی

از فشار تغییر می کنند :  $M_g = f(P)$  و  $z = f(P)$  پس از رابطه (II) صفحه 83 نتیجه می شود:

$$\left( \frac{T q_{sc}}{kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 \int_{P_{wf}}^P \left( \frac{2P}{M_g \cdot z} \right) dP$$

$$\int_0^P \frac{2P}{M_g z} dP = m(P) = \psi \rightarrow \text{Real Gas Pseudo Pressure}$$

$$\left( \frac{T \cdot q_{sc}}{kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 \left[ \int_0^P \frac{2P}{M_g z} dP - \int_0^{P_{wf}} \frac{2P}{M_g z} dP \right]$$

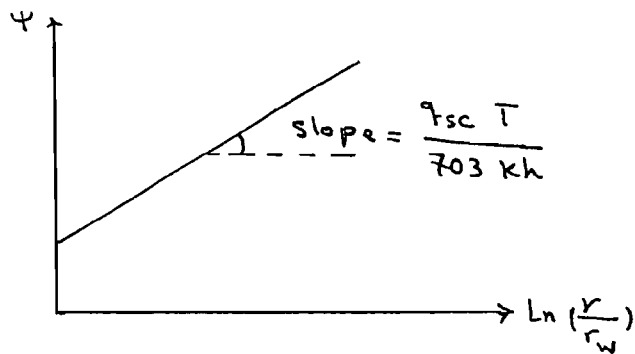
$$\int_0^P \frac{2P}{M_g z} dP = m(P) = \psi$$

$$\int_0^{P_{wf}} \frac{2P}{M_g z} dP = m(P_{wf}) = \psi_w$$

$$\left( \frac{T \cdot q_{sc}}{kh} \right) \ln \left( \frac{r}{r_w} \right) = 703 (\psi - \psi_w)$$

$$\psi = \psi_w + \frac{q_{sc} T}{703 kh} \ln \left( \frac{r}{r_w} \right)$$

معادله بالا معادله یک خط راست است؛ یعنی اگر  $\psi$  را بر حسب  $\ln \left( \frac{r}{r_w} \right)$  رسم کنیم، یک خط راست



بدست می آید با شیب :  $\frac{q_{sc} T}{703 kh}$

$$Q_g = q_{sc} = \frac{703 kh (\Psi - \Psi_w)}{T \ln \left( \frac{r}{r_w} \right)} \rightarrow \text{The exact Gas Flow Rate}$$

که در آن :

$$Q_g = q_{sc} \left[ \frac{\text{SCF}}{\text{day}} \right], \quad \Psi \left[ \frac{\text{Psi}^2}{c_p} \right]$$

$$k [\text{darcy}], \quad r, r_w [\text{ft}], \quad T [^\circ \text{R}]$$

اگر  $k$  را بر حسب md (میلی داری) قرار دهیم، ضریب تبدیل به 0.703 می شود.

$$r = r_e \Rightarrow q_{sc} = \frac{0.703 kh (\Psi_e - \Psi_w)}{T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}, \quad \Psi_e = \int_0^{P_e} \frac{2P}{M_g z} dP$$

عملاً  $q_g$  بر حسب  $\frac{\text{MSCF}}{\text{day}}$  اندازه گیری می شود، در این صورت  $q_{sc}$  برابر می شود با :

$$q_{sc} = \frac{kh (\Psi_e - \Psi_w)}{1422 T \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}$$

$$q_{sc} \left[ \frac{\text{MSCF}}{\text{day}} \right], \quad \Psi_e, \Psi_w \left[ \frac{\text{Psi}^2}{c_p} \right]$$

$$h [\text{ft}], \quad k [\text{md}]$$

$$r_e, r_w [\text{ft}], \quad T [^\circ \text{R}]$$

این رابطه در فشار اولیه مخزن ( $P_e$  یا  $P_i$ ) بدست آمده است. اگر این رابطه را در فشار متوسط مخزن

$$q_{sc} = \frac{kh (\Psi_r - \Psi_w)}{1422 T [\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - 0.75]}$$

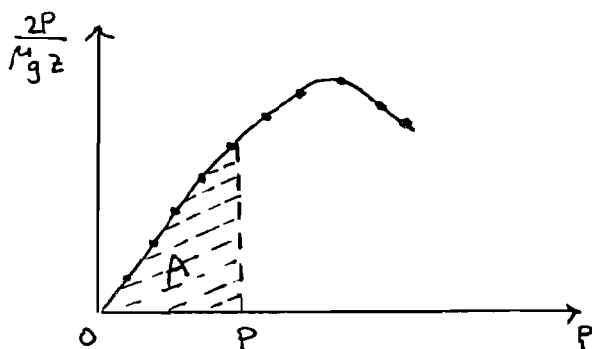
برای حالت شبه-ثابت (for pseudo-steady state) :

$$\psi_r = m(\bar{P}_r) = \int_0^{\bar{P}_r} \frac{2P}{M_g z} dP$$

$$\psi_w = m(P_{wf}) = \int_0^{P_{wf}} \frac{2P}{M_g z} dP$$

در رابطه  $m(P) = \psi = \int_0^P \frac{2P}{M_g z} dP$  ، برای بدست آوردن شکل ، مقدار  $\frac{2P}{M_g z}$  را در فشارهای

مختلف بدست می آوریم و نسبت به فشار رسم می کنیم.



$$\int_0^P \frac{2P}{M_g z} dP = A$$

$A =$  سطح زیر منحنی از فشار ۰ تا  $P$

## ➤ Diffusivity Equation for Gases (Compressible Fluids) Radial Flow - Unsteady State

- Diffusivity Equation for Low Compressible Fluids  
Radial Flow - Unsteady State

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad \dots \text{معادله انتشار}$$

در این معادله فرض شده که تراکم پذیری سیال (ثقل) کوچک و ثابت است. (این فرض برای گازها صادق نیست).

با به کارگیری مفهوم شبه فشار ( $m(P)$ ) معادله انتشار برای گازها به شکل زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial^2 m(P)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial m(P)}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial m(P)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 m(P)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial m(P)}{\partial r} = \left( \frac{\phi \mu c_t}{0.000264 K} \right) \frac{\partial m(P)}{\partial t}$$

معادله انتشار برای گاز - جریان شعاعی - حالت ناپایدار

برای حالت نیمه پایدار یا شبه پایدار Pseudo Steady State:

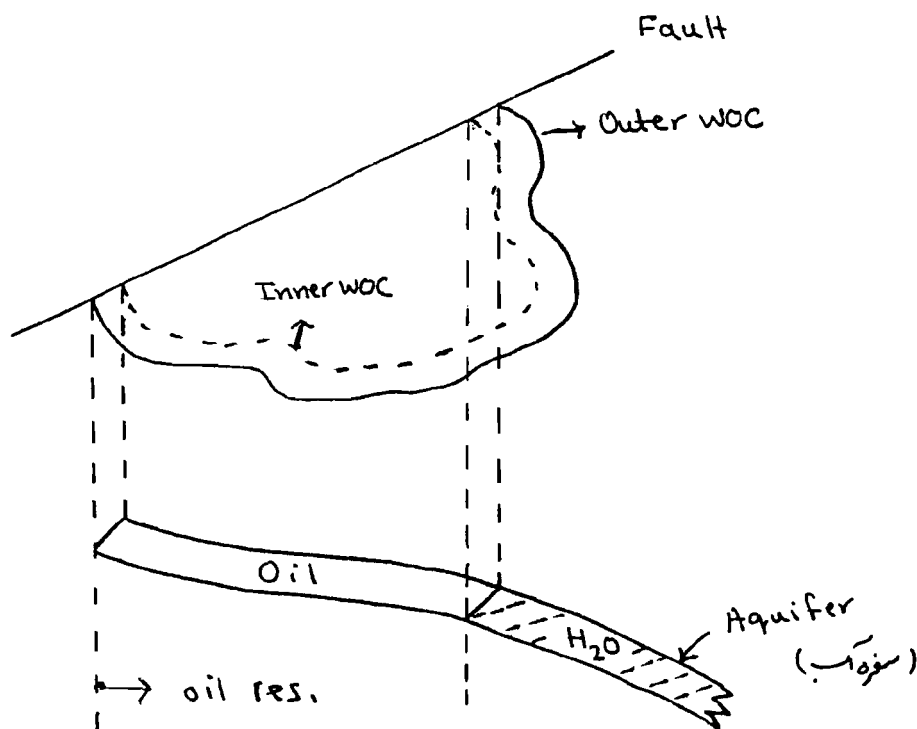
$$\frac{\partial m(P)}{\partial t} = \text{const.}$$

$$\frac{K h [m(\bar{P}_r) - m(P_{wf})]}{1422 T \left[ \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - 0.75 \right]} = Q_g$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K [mD] \\ h [ft] \\ T [^\circ R] \\ r_e, r_w [ft] \end{array} \right.$$

## Water Influx

## جریان ورودی آب



سفوف آبی آب، سنگ های متخلخل حامل آب هستند که از یک طرف یا از همه طرف سنگ مخزن را احاطه می کنند. زمانی که در مخزن تولید انجام می شود، فشار به اندازه  $\Delta P$  کاهش می یابد. به علل زیر آب از سفوف آب وارد مخزن می شود تا این افت فشار را جبران کند:

۱) انبساط آب

۲) انبساط هیدروکربن های محلول در آب

۳) تراکم پذیری سنگ Aquifer (سفوف آب)

۴) جریان آب آرتزین (جایی که سطح سفوف آب مرتفع تر از سطح مخزن است).



در این قسمت بایستی حجم آب انباشتی ورودی از سفره آب به مخزن ( $W_e$ ) و دبی ورودی آب به مخزن

$$\frac{dW_e}{dt} = e_w \quad \text{را بدست آوریم.}$$

$W_e$  = Cumulative Water Influx [bbl]

$e_w$  = Water Influx Rate [ $\frac{\text{bbl}}{\text{day}}$ ]

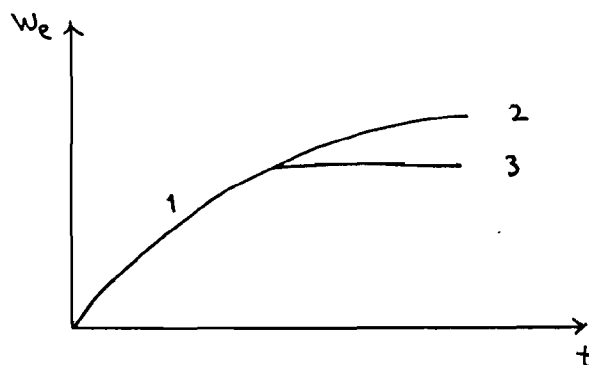
سؤال : در اثر افت فشار  $\Delta P$ ، چه حجمی از آب از سفره آب وارد مخزن می شود؟

سه نوع سفره آب یا جریان ورودی آب وجود دارد :

۱) حالت پایدار تغییر یافته Semi-Steady State Water Influx

۲) حالت پایدار Steady State Water Influx

۳) حالت ناپایدار Unsteady State Water Influx



- 1 . . . . حالت ناپایدار
- 2 . . . . حالت پایدار تغییر یافته
- 3 . . . . حالت پایدار

در حالت ناپایدار، یک سفره آب نامحدود وجود دارد. در حالت پایدار دارای فشار ثابت در مرزهای

خارجی هستیم و سفره آب دارای تراوایی بالا است و در حالت پایدار تغییر یافته یک سفره آب با

اندازه محدود و مرزهای خارجی بسته وجود دارد.

اگر در یک دوره طولانی تولید فشار و دبی تولیدی نفت ثابت باشد، در این صورت دبی تولیدی

(Voidage Rate) (تولید آب + نفت + گاز) باید برابر باشد با دبی آب ورودی از سفره آب به محقرن

$e_w$  = Water Influx Rate

$$e_w = Q_o B_o + Q_g B_g + Q_w B_w$$

$Q_o$  = Oil Production Rate (در شرایط استاندارد)  $\left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$

$Q_w$  = Water Production Rate (در شرایط استاندارد)  $\left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$

$Q_g$  = Gas Production Rate (در شرایط استاندارد)  $\left[ \frac{\text{scf}}{\text{day}} \right] \approx \left[ \frac{\text{STB}}{\text{day}} \right]$

$B_o, B_w, B_g$  = ضرایب حجمی  $\left[ \frac{\text{bbl}}{\text{STB}} \right]$

$e_w \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{day}} \right]$

Water Influx Models :

- 1) Pot Aquifer
- 2) Schilthuitz Aquifer
- 3) Hurst Modified steady-state Aquifer
- 4) Van Everdingen-Hurst Unsteady-state Aquifer
- 5) Carter-Tracy Aquifer
- 6) Fetkovic Aquifer

## ► 1) Pot Aquifer

$$e_w = \frac{dW_e}{dt} = Q_o B_o + Q_g B_g + Q_w B_w \quad (1)$$

$N_p$  = Cumulative Oil Production [STB]

$W_p$  = Cumulative Water Production [STB]

$$Q_o = \frac{dN_p}{dt}, \quad Q_w = \frac{dW_p}{dt}$$

رابطه (1) را می توان به شکل زیر نوشت :

$$e_w = \frac{dW_e}{dt} = \frac{dN_p}{dt} B_o + (GOR - R_s) \frac{dN_p}{dt} B_g + \frac{dW_p}{dt} B_w \quad (2)$$

$$GOR \left[ \frac{SCF}{STB} \right]$$

$R_s$  = Solution GOR

در این مدل حجم آب ورودی از ستون آب به مخزن :

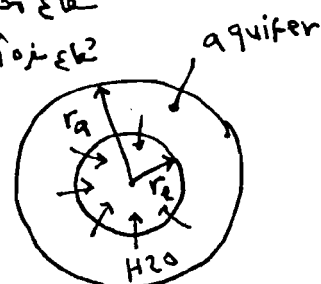
$$W_e = (C_f + C_w) \Delta P \cdot W_i, \quad \Delta P = P_i - P$$

$$\Rightarrow W_e = (C_f + C_w) W_i (P_i - P)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_f = \text{تراکم پذیری سنگ} \quad [psi^{-1}] \\ C_w = \text{تراکم پذیری آب} \quad [psi^{-1}] \\ W_i = \text{حجم اولیه آب در ستون آب} \quad [bb] \\ P_i = \text{فشار اولیه مخزن} \quad [psi] \\ P = \text{فشار فعلی مخزن} \quad (P @ WOC) \quad [psi] \end{array} \right. \quad \text{که در آن :}$$

$r_e$  = شعاع مخزن

$r_a$  = شعاع نزه آب



$$W_i = V_b \cdot \phi$$

$$W_i = \frac{\pi (r_a^2 - r_e^2) h \phi}{5.615} \quad [bb1]$$

$$W_e = (C_f + C_w) \left( \frac{\pi (r_a^2 - r_e^2) h \phi}{5.615} \right) (P_i - P) \quad (3)$$

مدل Pot: آب موجود در سفوفه آب ( $W_i$ ) به علت افت فشار  $\Delta p$  در اثر تراکم پذیری آب و

سنگ از همه طرف وارد مخزن می شود که حجم آن برابر با  $W_e$  است.

معمولاً آب از همه طرف وارد سنگ مخزن نمی شود و در ضمن شکل مخزن به شکل دایره نیست که آب

از همه اطراف آن به شکل شعاعی وارد مخزن شود. برای نشان دادن این اثر در معادله (3) ضریبی را

بنام Fractional Enchroachment Angle ( $f$ ) وارد می کنیم.

$$W_e = (C_f + C_w) \left( \frac{\pi (r_a^2 - r_e^2) h \phi}{5.615} \right) (P_i - P) f$$

$$f = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$\theta$  بر حسب درجه، قسمتی از پیرامون مخزن است که آب

از آن وارد مخزن می شود:

به عنوان مثال اگر Aquifer از نصف به مخزن حسیده باشد،  $\theta = 180^\circ$  است.

## 2) Schiluitz Steady-State Model

دبی آب ورودی از سفوفه آب به مخزن برابر است با:

$$e_w = \frac{dw_e}{dt} = \left[ \frac{0.00708 kh}{M_w \ln\left(\frac{r_a}{r_e}\right)} \right] (P_i - P)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K [mD] \\ h [ft] \\ M_w [cp] \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} r_a = \text{شعاع سنفه آب} [ft] \\ r_e = \text{شعاع مخزن} [ft] \\ P_i, P [psi] \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} w_e [bbt] \\ e_w \left[ \frac{bbt}{day} \right] \end{array} \right. \quad \text{که در آن:}$$

$$C = \frac{0.00708 kh}{M_w \ln\left(\frac{r_a}{r_e}\right)}$$

$$C = \text{constant} \left[ \frac{bbt}{day \cdot psi} \right]$$

$$\frac{dw_e}{dt} = C (P_i - P)$$

$$\int dw_e = \int_0^t C (P_i - P) dt \Rightarrow$$

$$W_e = C (P_i - P) t = C \Delta P \cdot t$$

در رابطه بالا  $W_e [bbt]$  ،  $t [days]$  ،  $\Delta P [psi]$  است.

$$W_e = C \sum_0^t \Delta P \cdot \Delta t$$

اگر افت های متوالی فشار داشته باشیم:

• مثال: محاسبه مقدار آب ورودی برای حالت پایدار (Schilutz Model) - حجم آبی که یک سنفه

آب به شعاع 16400 ft می تواند به وسیله تراکم پذیری سنگ و آب تحت افت فشار 145 psi

دارد مخزنی به شعاع 3280 ft بعد از 1000 روز نماید، را حساب کنید. ثانیاً مقدار آب ورودی را

$$h = 23.6 \text{ ft}$$

با حجم اولیه HC مقایسه کنید.

$$\phi = 23\%$$

$$K = 22.2 \text{ mD}$$

$$M_w = 0.25 \text{ cp}$$

$$S_w = 25\%$$

در مخزن

$$C = \frac{7.08 \times 10^{-3} h k}{M \ln \frac{r_a}{r_e}} = \frac{7.08 \times 10^{-3} \times 23.6 \times 22.2}{0.25 \times \ln 5} = 4.6095 \text{ bbl/psi.day}$$

الف)  $W_e = C \cdot \Delta P \cdot t = 4.6095 \times 145 \times 1000 = 677410 \text{ (bbl)}$

ب)  $V_{hc} = \text{حجم هیدروکربن} = V_p (1 - S_w) = \phi V_b (1 - S_w) \quad (S_g = 0)$

$$= \phi \pi r_e^2 (1 - S_w) h$$

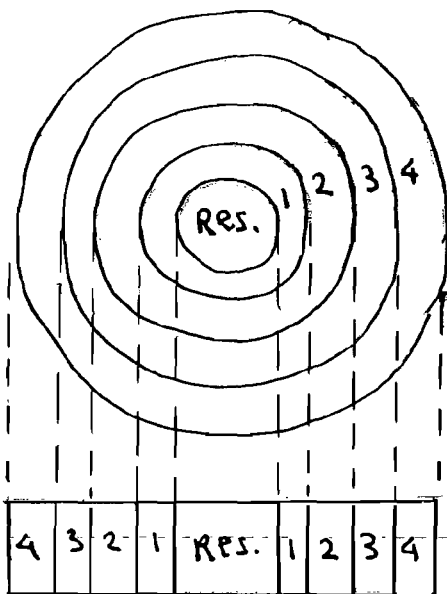
$$= 0.23 \pi (3280)^2 (1 - 0.25) \times 23.6 = \quad (Ft^3)$$

### Unsteady State Water Influx

یک مخزن نفتی می تواند چند Aquifer داشته باشد و یا این که Aquifer نداشته باشد.

### Water Influx from Solution to the Diffusivity Equation

تعیین مقدار آب ورودی از حل معادله انتشار



انرژی رانش سیم :

انساط آب و تراکم پذیری سنگ

در شکل در بالا: بی مخزن نفتی توسط بی

نیزه آب احاطه شده است = نیزه آب را به n

قیمت مادی تقسیم میکنیم .

$$\text{معادله انتشار} \quad \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\eta = \text{ضریب انتشار} = \frac{k}{\phi \mu c_t}$$

$$C_t = \text{Total Compressibility } [\text{psi}^{-1}] \quad , \quad C_t = C_w + C_f$$

$$\Delta V_n = n \text{ حجم ورودی از امان } [ft^3] \quad , \quad C_w = \text{Water Compressibility } [\text{psi}^{-1}]$$

$$V_p = n \text{ حجم متخلخل امان } [ft^3] \quad , \quad C_f = \text{Formation Compressibility}$$

$$\Delta P = n \text{ انتشار فشار در امان} \quad , \quad C_t = C_e = \text{Effective Compressibility}$$

$$\Delta P = P_i - P_n = \text{فشار اولیه} - \text{فشار در امان}$$

در این روش Aquifer به  $n$  امان مساوی تقسیم می شود. توسط حل معادله انتشار، فشار هر امان تابعی از

تغییرات زمان محاسبه می گردد. با معلوم بودن فشار هر امان، می توان حجم آبی را که از هر امان در اثر افت فشار

$(P_i - P)$  دارد محزن می شود، محاسبه کرد. حجم آب ورودی از امان  $n$  برابر خواهد بود با:

$$\Delta V_n = C_t V_p \Delta P = C_e \pi (r_{n+1}^2 - r_n^2) \phi h (P_i - P_n)$$

مقدار انباشتی یا کل آب ورودی از سفره آب به محزن برابر است با مجموع آب ورودی از هر امان:

$$W_e = \sum_{i=1}^n \Delta V_i \quad \begin{matrix} \Delta V_n [ft^3] & , & P [\text{psi}] \\ C_e [\text{psi}^{-1}] & , & r [ft] \\ h [ft] \end{matrix}$$

• مثال: حجم آبی را که یک سفره آب به شعاع  $r_a = 30000 \text{ ft}$  می توان بر سیده تراکم پذیری سنگ و آب

تحت افت فشار  $\Delta P = 1000 \text{ psi}$  دارد محزن به شعاع  $r_e = 3000 \text{ ft}$  نماید، محاسبه کنید. فرض

کنید جریان دردی آب دارای حالت ناپایدار است). ثانیاً مقدار آب دردی را با حجم اولیه سیدو کربن مقایسه نماید.

$$\varphi = 20\% \quad , \quad c_w = 3 \times 10^{-6} \text{ [psi}^{-1}\text{]} \quad , \quad c_f = 5 \times 10^{-6} \text{ [psi}^{-1}\text{]}$$

$$h = 40 \text{ ft} \quad , \quad s_w = 25\% \quad \text{در مخزن}$$

کل سنو آب را بعنوان یک المان فرض می‌کنیم.

$$c_e = c_w + c_f$$

$$\Delta V = c_e \pi (r_a^2 - r_e^2) \varphi h \Delta p$$

$$c_e = (3 + 5) \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= c_e \pi (r^2 - r_e^2) \varphi h \Delta p \\ &= 8 \times 10^{-6} \times 3.14 (30000^2 - 3000^2) \times 0.2 \times 40 \times 1000 \\ &= 179.1 \times 10^6 \text{ (ft}^3\text{)} \end{aligned}$$

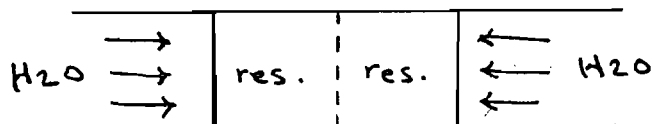
$$\text{حجم اولیه سیدو کربن} = V_{hc} = V_p (1 - s_w) \quad (s_g = 0)$$

$$= \phi V_b (1 - s_w) = \pi r_e^2 h \phi (1 - s_w)$$

$$= 3.14 \times 30000^2 \times 40 \times 0.2 \times 0.75 = 169.6 \times 10^6 \text{ ft}^3$$



## ► Van Everdingen - Hurst Unsteady State Model For Edge Water Drive



این دو تفر معادله انتشار بدون بعد را حل نمودند :

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \cdot \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}$$

با شرایط اولیه و مرزی زیر :

$$\begin{cases} P = P_i & , \text{ for all radiuses} \\ P = P_i & , r = \infty \quad \text{برای سفره آب بی نهایت} \\ \frac{\partial P}{\partial r} = 0 & , r = r_a \quad \text{برای سفره آب محدود} \end{cases}$$

حجم آب بدون بعد ورودی  $w_{eD}$  را تابعی از زمان بدون بعد  $t_D$ ، شعاع بدون بعد  $r_D$  بدست آوردند :

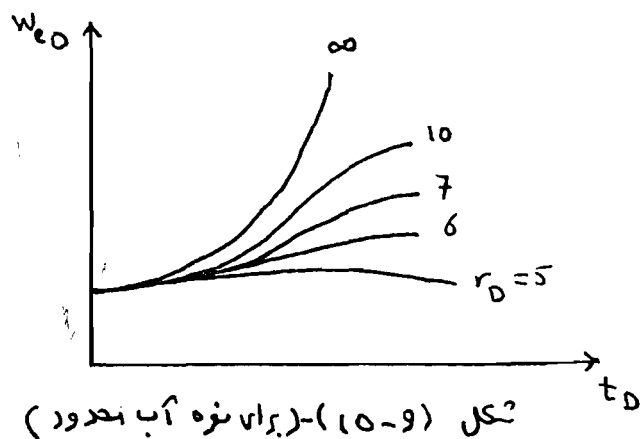
$$t_D = 6.328 \times 10^{-3} \frac{k t}{\phi M_w c_t r_e^2}$$

$$c_t = c_w + c_f$$

$$r_D = \frac{r_a}{r_e} = \frac{\text{شعاع سفره آب}}{\text{شعاع مخزن}}$$

$$\begin{cases} t [\text{day}] \\ k [\text{mD}] \\ M_w [\text{cp}] \\ c_t [\text{psi}^{-1}] \\ r_e [\text{ft}] \end{cases}$$

سپس جواب های حل معادله انتشار بدون بعد را به شکل منحنی ها و جداولی ارائه دادند .



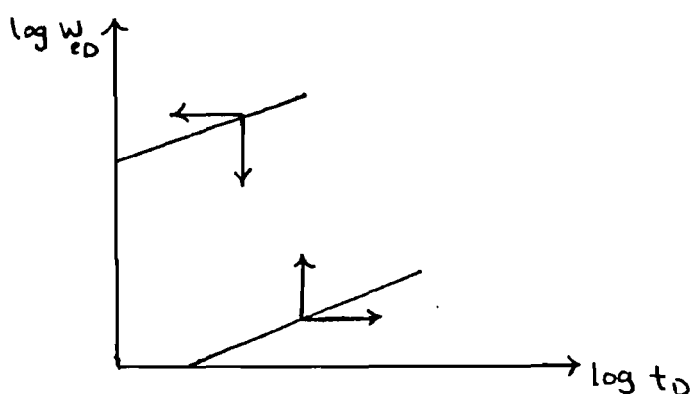
Van Everdingen & Hurst جوابی

خود را به شکل جداوی در اختیار ما گذاشته - همچنین این جوابها به شکل منحنی نیز موجود هستند -

این جداوی و منحنی ها در کتاب تارک اید موجود میباشد :

منحنی های 10-8 تا 10-11 صفحه 656

و جداوی 10-1 تا 10-2 صفحه



منحنی (10-15) - برای نمونه آب نامحدود

برای تبدیل حجم آب ورودی بدن بعد ( $w_{eD}$ ) نیاز به یک ضریب ثابت است. این ضریب ثابت ،

$$B = 1.119 \cdot \phi \cdot c_t \cdot r_e^2 \cdot h$$

ضریب B نامیده می شود :

$$\begin{aligned} r_e [ft] & , & c_t [psi] \\ B [\frac{bbf}{psi}] & , & h [ft] \end{aligned}$$

تأثیرات هندسی مخزن بر  $w_e$  ، تأثیرات اندازه محیطی از مخزن که توسط سفوف آب احاطه شده است ، توسط

$$f = \frac{\theta}{360^\circ}$$

فاکتور f اعمال می گردد .

$$B = 1.119 \varphi C_t r_e^2 h f$$

اکنون توسط ضریب B می توان حجم واقعی آب درونی بر حسب بشکه را تعیین کرد.

$$W_e = B \cdot \Delta P \cdot W_{eD}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta P [\text{psi}] & , \quad B \left[ \frac{\text{bbl}}{\text{psi}} \right] \\ W_e [\text{bbl}] & , \quad W_{eD} [-] \end{array}$$

اگر افت ای فشار متغالی داشته باشیم ، در این صورت حجم آب درونی برابر است با :

$$W_e = B \sum \Delta P_i \cdot W_{eDi}$$

$$W_e = B (\Delta P_1 \cdot W_{eD1} + \Delta P_2 \cdot W_{eD2} + \dots)$$

مثال: اگر فشار مرزی مخزن از مقدار اولیه  $P_i = 2734 \text{ psi}$  گتایان به  $2724 \text{ psi}$  کاهش یابد و در

همین مقدار تثبیت شود ، مقدار آبی که بعد از ۱۰۰ روز از سفره آب دارد مخزن می شود چیست ؟

(جریان آب حالت پایدار است)

$$\begin{array}{ll} \varphi = 20\% & , \quad r_e = 3000 \text{ ft} \\ k = 83 \text{ mD} & , \quad r_a = 30000 \text{ ft} \\ c_e = 8 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} & , \quad M_w = 0.62 \text{ cp} \\ h = 40 \text{ ft} & , \quad \theta = 360^\circ \end{array}$$

یعنی سفره آب از به طرف مخزن نفوذ را  
احاطه کرده است

$$t_D = 6.328 \times 10^{-3} \frac{k t}{\varphi M_w c_e r_e^2} = 5.88$$

$$r_D = \frac{r_a}{r_e} = 10$$

$$W_{eD} = 5.07 \quad \leftarrow \quad \text{با استفاده از نمودار (9-10) (منبع 658)}$$

مقدار  $w_{e0}$  را می توان به روش میانایی از روی جدول 2-10 که مخصوص سفره های آب محدود است، بدست آورد. اما چون در این جدول که مخصوص سفره های آب محدود است، در ستون  $r_0 = 10$  مقدار کوچکتر  $t_0 = 15$  وجود ندارد. شل این است که سفره آب به شکل نامحدود عمل می کند. لذا روش میانایی را توسط جدول 1-10 که مخصوص سفره های آب نامحدود است، انجام دسیم :

$$t_0 = 5 \quad w_{e0} = 4.539$$

$$t_0 = 5.87 \quad w_{e0} = 0.54 + 4.539 = 5.079$$

$$t_0 = 6 \quad w_{e0} = 5.153$$

$$B = 1.119 \varphi C_e r_e^2 h \frac{\theta}{360} = 644.5 \left( \frac{\text{bbl}}{\text{psi}} \right)$$

$$w_e = B \cdot \Delta p \cdot w_{e0} = 644.5 * 10 * 5.07 = 32680 \text{ bbl}$$

در حالت ایده آلی به همین میزان میزان نفت باید تولید شود.

### ► coats Model

روش Hurst & Everdingen روشی دقیق برای حالت Edge Water Drive می باشد.

اما در این روش حرکت عمودی آب در مخزن نادیده گرفته شده است. Coats در سال ۱۹۶۲ میلادی

عمل خود را ارائه داد. او برای بررسی حرکت عمودی جریان آب، معادله انتشار را به شکل زیر تغییر داد. (مثل

Coats برای Bottom Water Drive است).

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + F_k \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\mu \varphi C_t}{k} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} \quad \begin{array}{l} \text{Modified Coats} \\ \text{Diffusivity Equation} \end{array}$$

$$F_K = \frac{k_v}{k_H}$$

$$\begin{cases} k_v = \text{Vertical Permeability} \\ k_H = \text{Horizontal Permeability} \end{cases}$$

Coats معادله انتشار حوز را حل کرده و جریان آب ورودی مبدا بعد  $(w_{eD})$  را تابعی از  $t_D$  و  $r_D$  و

$$w_{eD} = f(t_D, r_D, z_D) \quad z_D \text{ بدست آورد:}$$

$$t_D = 6.328 \times 10^{-3} \frac{k t}{\phi \mu_w c_t r_e^2}, \quad r_D = \frac{r_a}{r_e}, \quad z_D = \frac{h}{r_e \sqrt{F_K}}$$

Coats جواب های حل معادله انتشار را به شکل جداولی ارائه داد. (جداول 10-3 تا 10-7)

با بدست آوردن  $w_{eD}$  از این جداول می توان با استفاده از ضریب B حجم واقعی آب ورودی بر حسب

$$B = 1.119 \phi c_t r_e^2 h f$$

شکل را بدست آورد.

$$w_e = B \cdot \Delta p \cdot w_{eD}$$

### ► Carter - Tracy Water Influx Model

این مدل بر این فرض استوار است که حجم آب ورودی در فواصل زمانی محدود  $\Delta t$  ثابت است.

این روش حجم آب ورودی در زمان  $t_n$  از حجم آب ورودی معلوم در زمان  $t_{n-1}$  بدست می آید.

$$(w_e)_n = (w_e)_{n-1} + [(t_D)_n - (t_D)_{n-1}] \left[ \frac{B \cdot \Delta p_n - (w_e)_{n-1} (P'_D)_n}{(P_D)_n - (t_D)_{n-1} (P'_D)_n} \right] \quad (I)$$

$$\Delta p_n = P_i - P_n$$

$P_i$ : فشار اولیه مخزن

$P'_D$ : Dimensionless Pressure Derivative

$P_D$  تابعی از  $t_D$  و  $r_D$  است و مقادیر آن در جدول (2-6) - کتاب تارک احمد آمده.

$$P_D = \frac{370.529 \sqrt{t_D} + 137.582 t_D + 5.69549 (t_D)^{1.5}}{328.834 + 265.488 \sqrt{t_D} + 45.2157 t_D + (t_D)^{1.5}}$$

$$P'_D = \frac{E}{F}$$

$$E = 716.441 + 46.7984 (t_D)^{0.5} + 270.038 t_D + 71.0098 (t_D)^{1.5}$$

$$F = 1296.86 (t_D)^{0.5} + 1204.73 t_D + 618.618 (t_D)^{1.5} + 538.072 (t_D)^2 + 142.41 (t_D)^{2.5}$$

برای  $t_D > 100$  یک تقریب برای  $P_D$  و  $P'_D$  وجود دارد :

$$P_D = 0.5 [\ln(t_D) + 0.80907]$$

$$P'_D = \frac{1}{2 t_D}$$

$$B = 1.119 \phi C_t r_e^2 h f \quad \text{در رابطه (I) :$$

$$t_D = 6.328 \times 10^3 \frac{k t}{\phi \mu_w C_t r_e^2}$$

$$\Delta P_n = P_i - P_n$$

$$P'_D = \text{dimensionless pressure derivative}$$

## مکانیزم های رانش (تولید نفت) و محاسبه اصل بقای حجم

### Oil Recovery Mechanism & The Material Balance Equation (MBE)

\* (Primary Recovery) مکانیزم های رانش برداشت اولیه از مخزن نفتی  
برگرفته برداشت نفت توسط مکانیزم های رانش طبیعی مخزن، برداشت اولیه گفته می شود.

#### \* Secondary Recovery

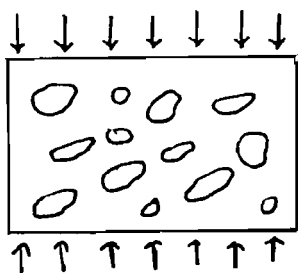
نیردهای رانش مصنوعی هستند. برداشت نفت توسط مکانیزم های رانش مصنوعی تزریق آب، تزریق گاز است.

#### \* Tertiary Recovery

برداشت نفت توسط روش های شیمیایی و حرارتی از قبیل Polymer Flooding, Steam Injection و ... انجام می شود.

### مکانیزم های رانش برداشت اولیه

- |                                  |                                       |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| ۱ . رانش توسط انبساط سنگ و سیال  | ( Rock & Liquid Expansion Drive )     |
| ۲ . رانش توسط گاز محلول در نفت   | ( Dissolved Gas Drive )               |
| ۳ . رانش توسط گازهای یا گاز آزاد | ( Gas Cap Drive - Segregation Drive ) |
| ۴ . رانش توسط آب                 | ( Water Drive )                       |
| ۵ . رانش ترکیبی                  | ( Combination Drive )                 |

$\sigma$  = Overburden Pressure $\sigma$  = Absolute Vertical Stress $\sigma'$  = Effective Vertical Stress

$$\sigma' = \sigma - \alpha \cdot P$$

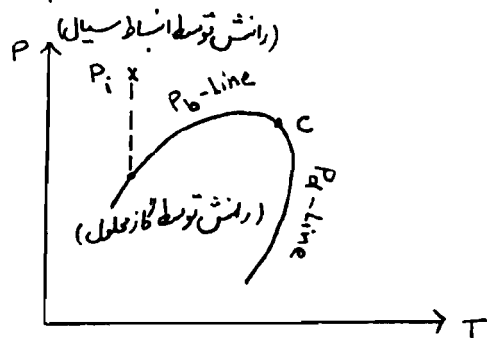
 $P$  = Pore Pressure فشار سیال $\alpha$  = Pore - Elastic Constant

با خروج سیال، فشار بیشتری بر سنگ اعمال می شود که باعث کاهش فضای متخلخل شده و سیال را می راند.

۲ گاز محلول

گاز محلول در نفت را با  $R_s$  نمایش می دهند که هر چه زیادتر باشد، بهتر است. با شروع به تولید فشار کاهش

می یابد. وقتی فشار به کمتر از  $P_b$  می رسد، گاز محلول در نفت آزاد می شود. در ابتدا میزان آن کم است



در حرکت نمی کند. اما با کاهش بیشتر فشار - گاز محلول

بیشتری آزاد می شود - و وقتی میزان اشباع گاز  
بزرگتر از اشباع بحرانی گاز شد - گاز شروع به  
حرکت می کند.

در شرایط اولیه نفت Unsaturated است؛ یعنی مقداری گاز در آن حل شده است، اما

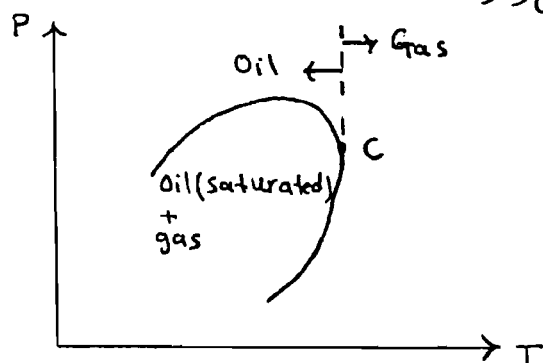
نفت از گاز اشباع نشده است. یعنی در مخزن گاز آزاد (کلاسیک گازی) وجود ندارد. (در نفت زیر اشباع

اگر فشار را اندکی کاهش دهیم، گاز آزاد می شود).

پس بین  $P_i$  تا  $P_b$  فشار کاهش می یابد و گاز هم آزاد نمی شود. در این فاصله مکانیسم رانش، انبساط سیال است.



پس از رسیدن به  $P_b$  فشار کم می شود تا در نهایت میزان اشباع آن به اشباع بحرانی گاز  $S_g$  رسیده و از آن بهیتر می شود. در این زمان گاز حرکت کرده و به بالا می رود و تشکیل Gas Cap می دهد. این Gas Cap و نفت فشار ایجاد کرده دکن را می راند.



$T > T_c$  مخزن گازی

$T < T_c$  مخزن نفتی

$T =$  دمای منتزاع

$T_c =$  دمای بحرانی یا دمای منتزاع

(۳) کلاسیک گازی

در این حالت مخزن نفت با یک کلاسیک گازی در حال تعادل است. در اثر تولید و افت فشار کلاسیک گازی منبسط شده و به سمت پایین حرکت می کند. به نفت فشار دارد کرده دکن را می راند.

(۴) رانش توسط آب

فشار کاهش می یابد و آب از Aquifer به سمت مخزن حرکت می کند تا این افت فشار را جبران کند (Pressure Maintenance). در ضمن حرکت، نفت را نیز هل می دهد.

بسته به این که سفره آب در کجا واقع باشد:

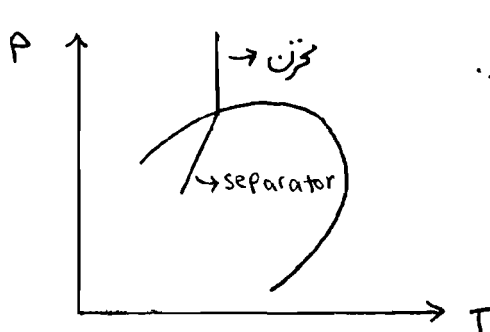
1. Edge Water Drive → Hurst & Everdingen Model

2. Bottom Water Drive → Coats Model

## ۵) رانش ترکیبی

این حالت ترکیبی از مکانیزم های ذکر شده است.

در میان رانش های بالا، مکانیزم رانش توسط گاز محلول زیاد توصیه نمی شود؛ چون گاز محلول در نفت محدود بوده به زودی تمام می شود. اگر گاز زیادی از نفت خارج شود، ممکن است نفت آندرسنگین شود که به رانش های طبیعی قابل برداشت نباشد و مجبور به استفاده از رانش های برداشت دوم و سوم باشیم.



باید طوری تولید کنیم که فشار در Separator به زیر  $P_b$  کاهش یابد.

بیشترین بازدهی مربوط به رانش توسط آب است.

## معادله اصل بتای حجم

## Material Balance Equation

+ حجم آب ورودی + ابساط سنگ + ابساط گنبد گازی + ابساط منطقه نفتی  
= ابساط گاز محلول آزاد شده + حجم گاز تزریقی + حجم آب تزریقی  
برداشت ابیشتی آب + برداشت ابیشتی از منطقه گازی + برداشت ابیشتی از منطقه نفتی

توسط MBE :

۱) می توان حجم سیالات درجا را محاسبه کرد

۲) پیش بینی عملکرد مخزن بر اساس سناریوهای مختلف تولید

۳) پیش بینی میزان بازیافت در اثر مکانیزم های رانش مختلف

$$\text{Recovery Factor} = RF = \frac{N_p}{N} * 100 (\%)$$

$$\begin{cases} N_p: & \text{حجم نفت تولید شده} \\ N: & \text{حجم نفت درجا} = OOIP = \text{Original Oil in Place} \end{cases}$$

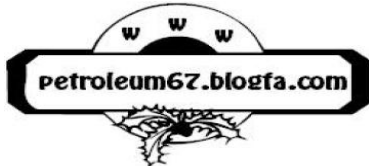
$$N = \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g - (W_e - W_p B_w) - G_{inj} B_{g,inj} - W_{inj} B_w]}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g + m B_{oi} \left[ \frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right] + B_{oi} (1+m) \left[ \frac{S_{wi} C_w + C_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta P}$$

$$\frac{1}{m} = \frac{\text{حجم اولیه نفت درجا}}{\text{حجم اولیه گاز آزاد (کاپ گازی)}}$$

N: حجم نفت درجا  
G: حجم گاز درجا

$$m = \frac{G \cdot B_{gi}}{N \cdot B_{oi}}$$

m نشان دهنده بزرگی Gas Cap





این رابطه معادله MBE را به مکانیزم های رانش مخزن ربط می دهد.

★ EDI

★ تولید نفت توسط انبساط سنگ رقت صورت می گیرد.

اثرناچیزی در تولید سیال مخزن داشته و قابل صرف نظر است.

★ DDI

★ تولید نفت توسط رانش گاز محلول آزاد شده از نفت صورت می گیرد.

★ SDI

★ تولید نفت توسط انبساط کلاسیک گازی انجام می گیرد.

★ WDI

★ تولید نفت مخزن توسط رانش آب Aquifer صورت می گیرد.

با استفاده از MBE :

می توان گفت چند درصد از نفت تولیدی توسط کدام رانش انجام می گیرد.