

فصل سوّم

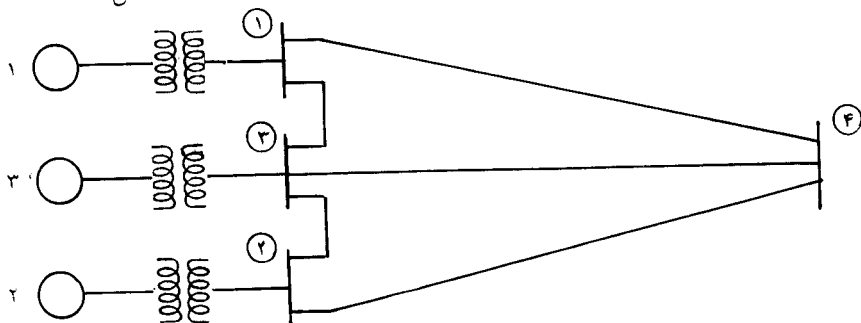
ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شبکه

۱-۳ مقدمه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و شین‌ها می‌باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای تهیه برنامه‌های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد. در این فصل، ماتریس‌های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس‌های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصول بعدی از این ماتریس‌ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهد شد.

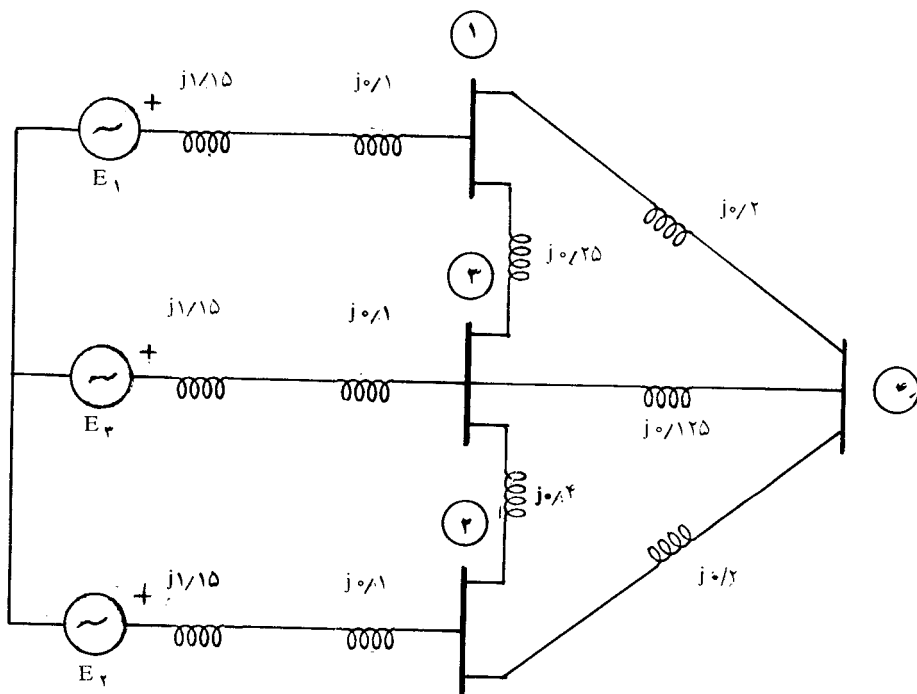
۲-۳ ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شین

شکل (۱-۳) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت با چهار شین را نشان می‌دهد. ژنراتورهای G_1 و G_2 و G_3 از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین‌های ۱ و ۲ و ۳ متصل هستند.



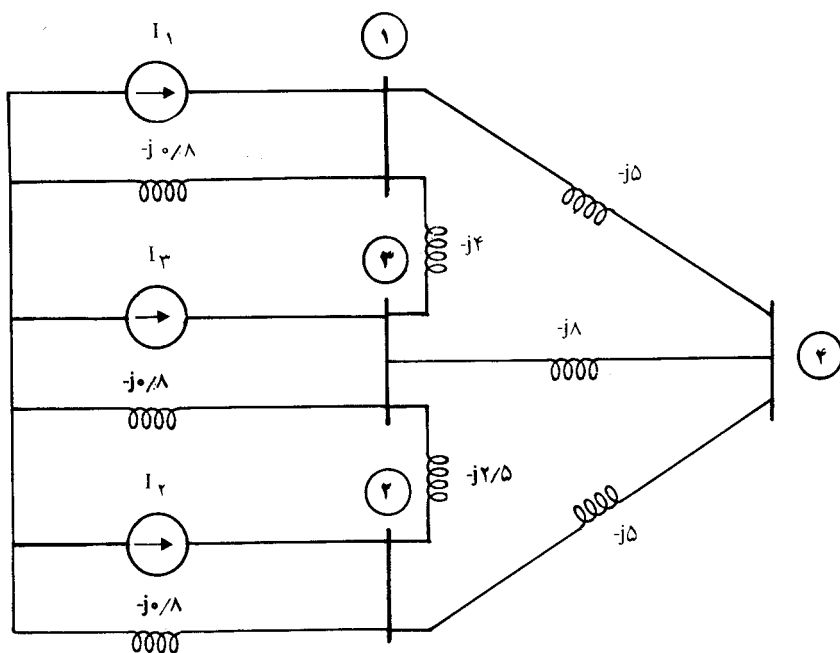
شکل ۱-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۳-۲) رسم شده است. در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکندگی و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده است. همه مقادیر راکتانس‌ها در این شکل برحسب PU هستند. ولتاژ مبنا در خطوط انتقال ۱۳۲KV و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA است. روش معمول در محاسبات سیستم‌های قدرت روش تحلیل نقطه‌ای^(۱) می‌باشد.



شکل ۳-۲: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۳-۱)

در شکل (۳-۲) می‌توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژنراتور و امپدانس سری با آن را به یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۳-۳) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می‌دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس برحسب PU مشخص شده‌اند. جریانهای I_1 و I_2 و I_3 از روابط زیر بدست می‌آیند:



شکل ۳-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۳-۱) بر حسب مقادیر ادمیتانس

$$I_1 = \frac{E_1}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_1}{j1/25}$$

$$I_3 = \frac{E_3}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_3}{j1/25}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j(1/15 + 0/1)} = \frac{E_2}{j1/25}$$

حال می توان معادلات گره را برای شین های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ بترتیب زیر نوشت:

$$I_1 = V_1(-j0/8) + (V_1 - V_3)(-j4) + (V_1 - V_2)(-j5)$$

$$I_2 = V_2(-j0/8) + (V_2 - V_3)(-j2/5) + (V_2 - V_1)(-j5)$$

$$I_r = (V_r - V_1) (-j4) + (V_r - V_r) (-j2/5) + V_r(-j0/8) + (V_r - V_r) (-j8)$$

$$0 = (V_r - V_1) (-j5) + (V_r - V_r) (-j5) + (V_r - V_r) (-j8)$$

این معادلات را مرتب کرده و به صورت ماتریس می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ 0 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8/3 & 2/5 & 5 \\ 4 & 2/5 & -15/3 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

این معادله را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & Y_{1r} & Y_{1r} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

و یا می‌توان نوشت:

$$I = Y_{bus} V \quad (3-3)$$

که در آن داریم:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix} \quad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1r} & Y_{1r} & Y_{1r} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \\ Y_{r1} & Y_{rr} & Y_{rr} & Y_{rr} \end{bmatrix}$$

در اینجا I بردار جریانهای تزریق شده به شین‌ها است که آنرا بردار جریان شین می‌نامیم. V نیز

بردار ولتاژ شین می‌باشد. ماتریس Y_{bus} که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان می‌دهد به ماتریس ادمیتانس شین^(۱) موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می‌شود که در یک سیستم قدرت که دارای n شین می‌باشد، عناصر ماتریس Y_{bus} بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

Y_{ii} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که مستقیماً به شین i متصل هستند.

Y_{ij} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که بین دو شین i و j قرار دارند در علامت منفی.

هریک از عناصر Y_{ij} به سلف ادمیتانس^(۲) و هر یک از عناصر Y_{ij} به ادمیتانس متقابل^(۳)

معروف هستند. همانطوریکه در رابطه (۳-۱) دیده می‌شود ماتریس Y_{bus} نسبت به قطر اصلی خود متقارن می‌باشد.

رابطه (۳-۳) را می‌توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I \quad (3-4)$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \quad (3-5)$$

رابطه (۳-۳) بردار جریان شین را برحسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۳-۴) بردار ولتاژ شین را برحسب بردار جریان شین نشان می‌دهند. ماتریس Z_{bus} را که از معکوس کردن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید، ماتریس امپدانس شین^(۴) می‌نامیم. از آنجائیکه ماتریس Y_{bus} متقارن است، ماتریس Z_{bus} نیز نسبت به قطر اصلی خود متقارن خواهد بود.

مثال ۳-۱: در شکل (۳-۲) ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را بدست آورید و چنانچه مقادیر نیروهای محرکه بترتیب زیر داده شده باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.

$$E_1 = 1/5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$E_r = 1/5 \angle -36/87^\circ \text{ PU}$$

$$E_r = 1/5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

حل: ابتدا ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8/3 & 2/5 & 5 \\ 4 & 2/5 & -15/3 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j \begin{bmatrix} 0/4774 & 0/3706 & 0/4020 & 0/4142 \\ 0/3706 & 0/4872 & 0/3922 & 0/4126 \\ 0/4020 & 0/3922 & 0/4558 & 0/4232 \\ 0/4142 & 0/4126 & 0/4232 & 0/4733 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

با تعیین مقادیر I_1 ، I_r و I_r ولتاژ شین‌ها را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j \, 1/25} = \frac{1/5 \angle 0^\circ}{j \, 1/25} = -j \, 1/2 \text{ PU}$$

$$I_r = \frac{E_r}{j \, 1/25} = \frac{1/5 \angle -36/87^\circ}{j \, 1/25} = 1/2 \angle -126/87^\circ = -0/72 - j0/96 \text{ PU}$$

$$I_r = \frac{E_r}{j \, 1/25} = \frac{1/5 \angle 0^\circ}{j \, 1/25} = -j \, 1/2 \text{ PU}$$

$$I_r = 0$$

$$V = Z_{bus} I$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0/4774 & 0/3706 & 0/4020 & 0/4142 \\ 0/3706 & 0/4872 & 0/3922 & 0/4126 \\ 0/4020 & 0/3922 & 0/4558 & 0/4232 \\ 0/4142 & 0/4126 & 0/4232 & 0/4733 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j1/2 \\ -0/72-j0/96 \\ -j1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 1/436 \angle -10/71^\circ \text{ PU}$$

$$V_2 = 1/427 \angle -14/24^\circ \text{ PU}$$

$$V_3 = 1/434 \angle -11/36^\circ \text{ PU}$$

$$V_4 = 1/432 \angle -11/97^\circ \text{ PU}$$

۳-۳ حذف شین

در سیستم‌های قدرت واقعی که اندازه سیستم ^(۱) بزرگ است. به ماتریس‌های Y_{bus} با ابعاد بزرگ برخورد می‌کنیم. برای ساده کردن محاسبات، می‌توان اندازه سیستم را کوچکتر نمود. برای اینکار باید ابعاد ماتریس Y_{bus} را کوچک کرد و در حقیقت با این عمل تعداد شین‌های سیستم را کم نمود. باید دقت نمود که فقط شین‌هایی قابل حذف هستند که جریان آنها صفر می‌باشد. در روشی که ارائه خواهد شد، ابتدا باید سطرها و ستون‌هایی از ماتریس Y_{bus} که قرار است شین‌های مربوط به آنها حذف شوند به سطرها و ستون‌های آخر ماتریس Y_{bus} منتقل شوند. البته اگر شماره‌گذاری شین‌ها طوری انجام شده باشد که شین‌های ۱ و ۲ و ۳ و ... و m را برای شین‌های دارای ژنراتور و شین‌های $m+1$ و $m+2$ و ... را برای شین‌های بدون ژنراتور در نظر گرفته باشیم، نیازی به جابجایی سطرها و ستون‌ها نمی‌باشد. معادله گره را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$I = Y_{bus} V$$

برای حذف شین‌هایی که دارای جریان صفر هستند، بردارهای I و V باید طوری تنظیم شوند که

جریان و ولتاژ شین‌هایی که قرار است باقی بمانند (I_1 تا I_m و همچنین V_1 تا V_m) در سطرهای بالا و جریان و ولتاژ شین‌هایی که قرار است حذف شوند (I_{m+1} تا I_n و همچنین V_{m+1} تا V_n) در سطرهای پائین قرار گیرند. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \\ \hline I_{m+1} \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1m} & Y_{1,m+1} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2m} & Y_{2,m+1} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mm} & Y_{m,m+1} & \dots & Y_{mn} \\ \hline Y_{m+1,1} & Y_{m+1,2} & \dots & Y_{m+1,m} & Y_{m+1,m+1} & \dots & Y_{m+1,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nm} & Y_{n,m+1} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \\ \hline V_{m+1} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

سپس ماتریس Y_{bus} را مطابق زیر به چهار ماتریس کوچکتر تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ \hline I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_r \\ \hline Y_r & Y_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ \hline V_b \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

I_a و V_a بردار جریان و بردار ولتاژ شین‌هایی هستند که قرار است باقی بمانند و I_b و V_b بردار جریان و بردار ولتاژ شین‌هایی هستند که قرار است حذف شوند. بدیهی است که هریک از عناصر I_b برابر صفر است. با حل رابطه (۳-۷) داریم:

$$I_a = Y_1 V_a + Y_r V_b \quad (3-8)$$

$$I_b = Y_r V_a + Y_r V_b = 0 \quad (3-9)$$

از رابطه (۳-۹) V_b را بدست آورده در رابطه (۳-۸) جایگزین می‌کنیم:

$$V_b = -Y_r^{-1} Y_r V_a$$

$$I_a = Y_1 V_a - Y_r Y_r^{-1} Y_r V_a$$

$$I_a = (Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r) V_a \quad (3-10)$$

از طرف دیگر برای شین‌هائی که قرار است باقی بمانند رابطه بین بردار جریان شین I_a و بردار ولتاژ شین V_a عبارتست از:

$$I_a = Y_{busnew} V_a \quad (3-11)$$

مقایسه روابط (3-10) و (3-11) نشان می‌دهد که ماتریس جدید ادمیتانس شین از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$Y_{busnew} = Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r \quad (3-12)$$

از آنجائیکه $Y_r = Y_r^T$ ، می‌توان نوشت:

$$Y_{busnew} = Y_1 - Y_r Y_r^{-1} Y_r^T \quad (3-13)$$

مثال ۳-۲: چنانچه در سیستم قدرت شکل (۳-۱) در شین ۳ ژنراتور و ترانسفورماتور وجود نداشته باشند و فقط شین‌های ۱ و ۲ دارای ژنراتور و ترانسفورماتور باشند، ماتریس Y_{bus} را بدست آورید و با حذف شین‌های ۳ و ۴ ماتریس جدید Y_{bus} (2×2) را تعیین کنید. سپس سیستم قدرت معادل را که شامل دو شین است بدست آورید.

حل: ماتریس Y_{bus} برای سیستم مورد نظر عبارتست از:

$$Y_{bus} = j \left[\begin{array}{cc|cc} -9/8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8/3 & 2/5 & 5 \\ \hline 4 & 2/5 & -14/5 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{array} \right] \text{ PU}$$

ابتدا معکوس ماتریس Y_r را بدست می‌آوریم:

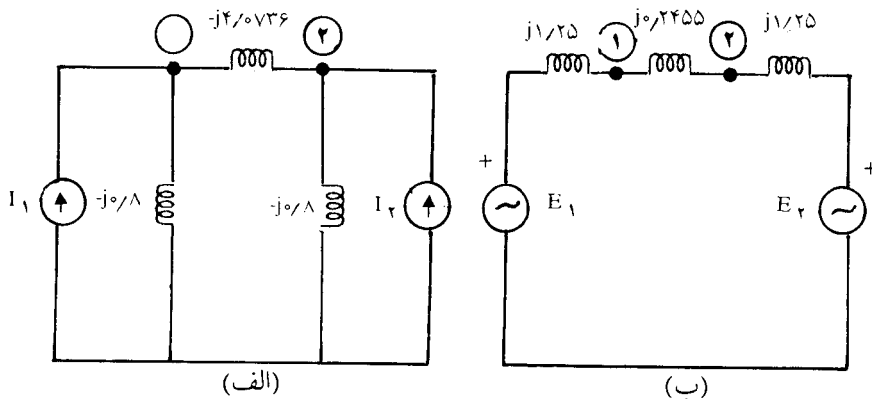
$$Y^{-1}_r = -j \begin{bmatrix} -14/5 & 8 \\ 8 & -18 \end{bmatrix}^{-1} = -j \frac{1}{197} \begin{bmatrix} -18 & -8 \\ -8 & -14/5 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0/0914 & 0/040 \\ 0/0406 & 0/0736 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس جدید Y_{bus} را با استفاده از معادله (۳-۱۲) بدست می آوریم:

$$Y_{busnew} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 0 \\ 0 & -8/3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2/5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0/0914 & 0/0406 \\ 0/0406 & 0/0736 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2/5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$Y_{busnew} = j \begin{bmatrix} -4/8736 & 4/0736 \\ 4/0736 & -4/8736 \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

با توجه به این ماتریس، سیستم قدرت با دو شین ۲ و ۱ بصورت شکل (۳-۴) معادل سازی می شود. در شکل (۳-۴ الف) مدار معادل با ادمیتانس ها و منابع جریان نشان داده شده است. اگر منابع جریان به منابع ولتاژ اولیه تبدیل شوند، مدار معادل با امپدانس ها و منابع ولتاژ بدست می آیند که در شکل (۳-۴ ب) مشخص شده اند. البته در این سیستم ساده، مدارهای شکل مذکور از تبدیل های ستاره - مثلث و سری و موازی کردن امپدانس های شکل (۳-۲) هم بدست می آیند، لیکن در سیستم های واقعی با تعداد شین های زیاد و اتصالات مختلف امپدانس ها، این عمل غیر ممکن است و روش حذف شین با استفاده از کامپیوتر روش کاملاً مناسب و عملی برای کوچک کردن اندازه سیستم می باشد.



شکل ۳-۴: مدار معادل سیستم قدرت مثال ۳-۲ با حذف شین های ۳ و ۴

۳-۴ روش حذف یک شین

در روش فوق الذکر باید ماتریس Y_r معکوس گردد. برای اجتناب از معکوس کردن چنین ماتریسی می توان شین های سیستم را یک به یک حذف نمود. برای حذف یک شین، ابتدا ماتریس Y_{bus} به ابعاد $n \times n$ را بصورت زیر در نظر می گیریم:

$$Y_{bus} = \left[\begin{array}{c|c} \overbrace{\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1j} & \dots \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2j} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ Y_{i1} & Y_{ir} & \dots & Y_{ij} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ Y_{n1} & Y_{nr} & \dots & Y_{nj} & \dots \end{matrix}}^{Y_1} & \underbrace{\begin{matrix} Y_{1n} \\ Y_{rn} \\ \vdots \\ Y_{in} \\ \vdots \\ Y_{nn} \end{matrix}}_{Y_r} \end{array} \right] \quad \left. \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} Y_r \quad (3-14)$$

ماتریس Y_{bus} جدید با ابعاد $(n-1)(n-1)$ برابر است با:

$$Y_{busnew} = \begin{bmatrix} Y_{11new} & \dots & Y_{1jnew} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{i1new} & \dots & Y_{ijnew} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1j} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{i1} & \dots & Y_{ij} & \dots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix} - \frac{1}{Y_{nn}} \begin{bmatrix} Y_{1n} \\ \vdots \\ Y_{in} \\ \vdots \end{bmatrix} [Y_{n1} \dots Y_{nj} \dots]$$

Y_{ijnew} عنصر سطر i و ستون j در ماتریس Y_{busnew} می باشد که از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_{ijnew} = Y_{ij} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}} \quad (3-15)$$

بنابر این Y_{ijnew} باید به ازاء تمام مقادیر زیر محاسبه شود تا Y_{busnew} بدست آید:

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, n-1$$

مثال ۳-۳: در مثال (۳-۲) ابتدا شین ۴ و سپس شین ۳ را حذف کنید و ماتریس Y_{bus} با ابعاد 2×2 را بدست آورید.

حل: ماتریس Y_{bus} در مثال ۳-۲ را در نظر بگیرید. برای حذف شین ۴ عناصر Y_{ijnew} را به ازاء $j=1,2,3$ بدست می آوریم:

$$Y_{11new} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22}} = j \left[-9/8 - \frac{5 \times 5}{-18} \right] = -j8/4111 \text{ PU}$$

$$Y_{22new} = Y_{22} - \frac{Y_{22} Y_{22}}{Y_{22}} = j \left[2/5 - \frac{8 \times 5}{-18} \right] = j4/7222 \text{ PU}$$

بهین ترتیب بقیه عناصر ماتریس را محاسبه می کنیم. ماتریس Y_{busnew} با حذف شین ۴ بصورت زیر بدست می آید:

$$Y_{busnew} = j \begin{bmatrix} -8/4111 & 1/3889 & 6/2222 \\ 1/3889 & -6/9111 & 4/7222 \\ 6/2222 & 4/7222 & -10/9444 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

برای حذف شین ۳ نیز باید عناصر Y_{ijnew} را به ازاء $j=1,2$ محاسبه کرد:

$$Y_{11new} = Y_{11} - \frac{Y_{12} Y_{21}}{Y_{22}} = -j4/8736 \text{ PU}$$

$$Y_{22new} = Y_{22} - \frac{Y_{22} Y_{22}}{Y_{22}} = -j4/8736 \text{ PU}$$

$$Y_{12new} = Y_{21new} = Y_{12} - \frac{Y_{12} Y_{22}}{Y_{22}} = j4/0736 \text{ PU}$$

$$Y_{busnew} = j \begin{bmatrix} -4/8736 & 4/0736 \\ 4/0736 & -4/8736 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

مثال ۳-۴: اگر در شکل (۳-۱) شین ۲ فاقد ترانسفورماتور و ژنراتور باشد و شین های ۳ و ۱ دارای ترانسفورماتور و ژنراتور باشند ماتریس Y_{bus} (4×4) را بدست آورده و شین های ۲ و ۴ را حذف کنید.

حَل: در ماتریس Y_{bus} مثال (۳-۱) جای سطر ۲ و سطر ۳ را عوض می‌کنیم. سپس جای ستون ۲ و ستون ۳ را عوض می‌کنیم تا ماتریس Y_{bus} در رابطه $I = Y_{bus} V$ بصورت زیر تبدیل گردد:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_r \\ I_r \\ I_r \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -9/8 & 4 & 0 & 5 \\ 4 & -15/3 & 2/5 & 8 \\ \hline 0 & 2/5 & -8/3 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_r \\ V_r \\ V_r \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = j \begin{bmatrix} -9/8 & 4 \\ 4 & -15/3 \end{bmatrix} \quad Y_r = j \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2/5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$Y_r = j \begin{bmatrix} 0 & 2/5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \quad Y_r = j \begin{bmatrix} -8/3 & 5 \\ 5 & -18 \end{bmatrix}$$

دانشجویان گرامی می‌توانند بعنوان تمرین با استفاده از رابطه (۳-۱۲) و یا از روش گفته شده در بخش (۳-۴) شین‌های مورد نظر را حذف کرد و $Y_{bus} 2 \times 2$ را بدست آورند.

۳-۵ کاربرد Z_{bus} در تعیین مدار معادل تونن سیستم‌های قدرت

برای بررسی امپدانس‌های مختلف در ماتریس امپدانس شین، ابتدا آنها را با ادمیتانس‌های گره برق مقایسه می‌کنیم. معادله گره یک شبکه را بصورت زیر نشان دادیم:

$$I = Y_{bus} V$$

در گره ۲ از یک سیستم سه شینه داریم:

$$I_r = Y_{r1} V_1 + Y_{rr} V_r + Y_{r3} V_3$$

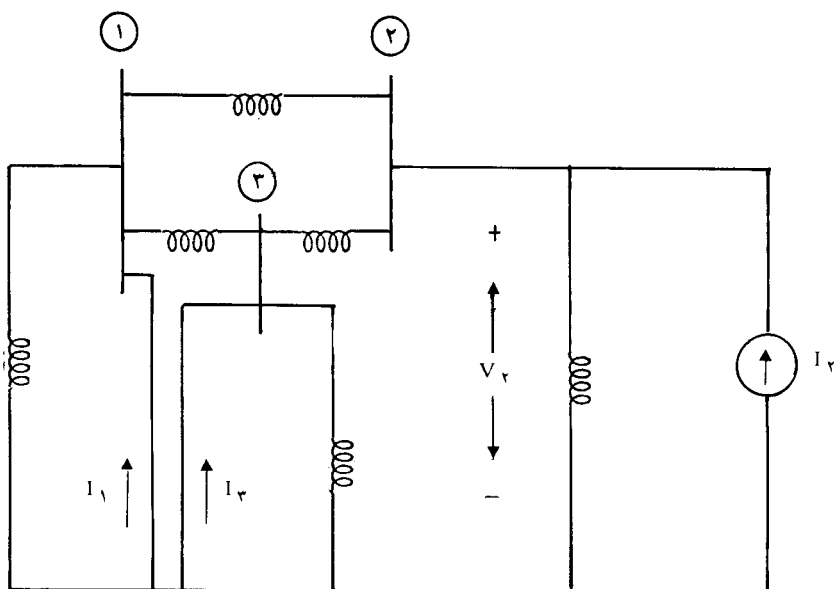
با اتصال کوتاه کردن گره‌های (شینهای) ۱ و ۳ و تزریق جریان I_r به شین ۲ داریم:

$$Y_{rr} = \frac{I_r}{V_r} \quad \left| \quad V_1 = V_3 = 0 \right. \quad (3-16)$$

در شکل (۳-۵) اتصال کوتاه شین‌های ۱ و ۳ به نقطه صفر شبکه نشان داده شده‌است. از این مدار، Y_{12} نیز بدست می‌آید:

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1 = V_3 = 0}$$

بقیه عناصر ماتریس Y_{bus} نیز از روش مشابهی قابل تعیین هستند.



شکل ۳-۵: مدار لازم برای اندازه‌گیری Y_{12} , Y_{13} , Y_{23}

حال معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$V = Z_{bus} I$$

و یا

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

از معادله اخیر Z_{rr} را بدست می آوریم:

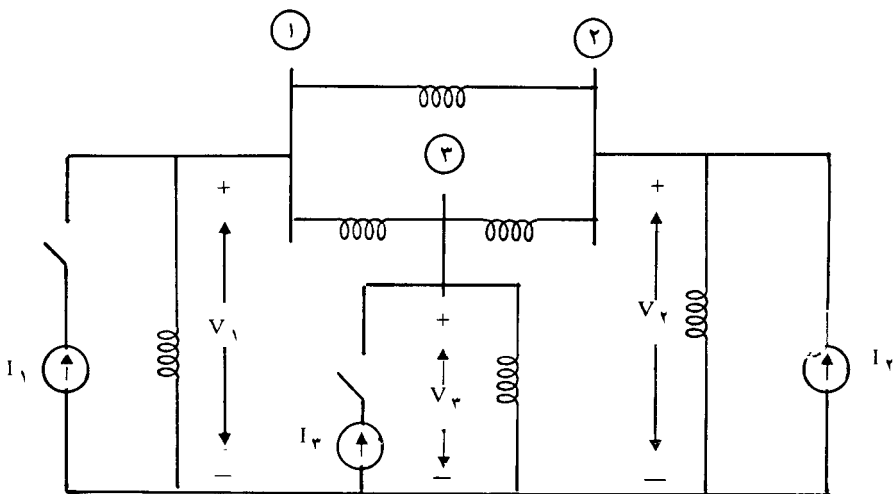
$$V_r = Z_{r1} I_1 + Z_{rr} I_r + Z_{r3} I_3$$

$$Z_{rr} = \frac{V_r}{I_r} \quad \left| \quad I_1 = I_3 = 0 \right. \quad (3-17)$$

بنابر این Z_{rr} با بازکردن منابع جریان متصل به شین های ۱ و ۳ بدست می آید. این وضعیت در شکل (۳-۶) نشان داده شده است، از شکل مذکور می توان Z_{rr} و Z_{1r} را هم بدست آورد:

$$Z_{1r} = \frac{V_1}{I_r} \quad \left| \quad I_1 = I_3 = 0 \right.$$

$$Z_{r3} = \frac{V_3}{I_r} \quad \left| \quad I_1 = I_3 = 0 \right.$$



شکل ۳-۶: مدار لازم برای اندازه گیری Z_{rr} ، Z_{1r} ، Z_{r3}

عناصر ماتریس Y_{bus} با تزریق جریان به یک شین و اتصال کوتاه شین های دیگر بدست می آیند، در حالیکه عناصر Z_{bus} با تزریق جریان به یک شین و مدار باز شین های دیگر تعیین می گردند.

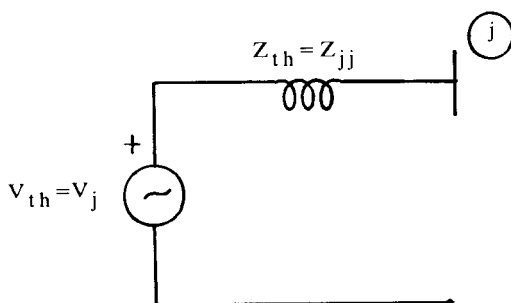
اگر بخواهیم امپدانس تونن از دیدگاه شین ۲ را بدست آوریم، طبق تعریف امپدانس تونن باید منابع جریان متصله به نقاط ۱ و ۳ را باز کرده و نسبت V_r به I_r را بدست آوریم:

$$Z_{th} = \frac{V_r}{I_r} \Big|_{I_1 = I_r = 0} \quad (3-18)$$

مقایسه روابط (۳-۱۷) و (۳-۱۸) نشان می دهد که امپدانس تونن از دیدگاه شین شماره ۲ برابر است با:

$$Z_{th} = Z_{rr} \quad (3-19)$$

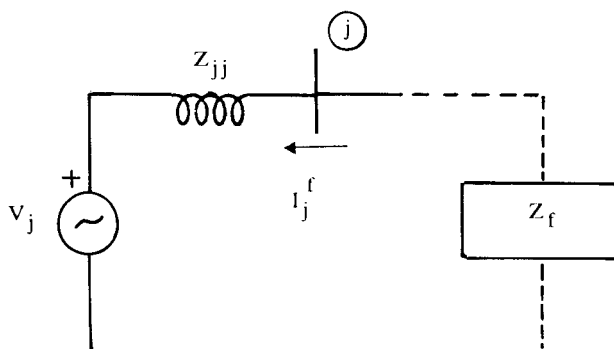
مدار معادل تونن یک سیستم قدرت در حالت کلی از دیدگاه شین شماره j در شکل (۳-۷) نشان داده شده است:



شکل ۳-۷: مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین شماره j

برای ایجاد هرگونه ارتباطی بین شین j و نقطه صفر سیستم (مثلاً از طریق امپدانس Z_f) جریانی معادل I_j^f به شین j تزریق می گردد. این ارتباط ممکن است با اتصال خازن، راکتور، بار، و ... و یا اتصال کوتاه متقارن صورت گیرد. شکل (۳-۸) این ارتباط و جریان تزریقی I_j^f را نشان می دهد. تزریق این جریان باعث می شود که ولتاژ شین j و همچنین ولتاژ دیگر شین های سیستم تغییر نماید.

برای تعیین مقادیر جدید ولتاژها باید دقت نمود که جریان تزریقی به شین j از مقدار I_j به $I_j + I_j^f$ تغییر یافته است، لذا بدون اینکه Z_{bus} را تغییر دهیم تأثیر اتصال Z_f را فقط به صورت منبع جریان جدید I_j^f در بردار جریان شین وارد کنیم. اگر ولتاژ شین شماره i را پس از اتصال امپدانس Z_f با $V_{i_{new}}$ نشان دهیم، داریم:



شکل ۸-۳: اتصال امپدانس Z_f به شین شماره j

$$\begin{bmatrix} V_{1new} \\ \vdots \\ V_{inew} \\ \vdots \\ V_{jnew} \\ \vdots \\ V_{nnew} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1j} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{i1} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{ij} & \dots & Z_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{j1} & \dots & Z_{ji} & \dots & Z_{jj} & \dots & Z_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{ni} & \dots & Z_{nj} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_j \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه ولتاژ V_{inew} را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{inew} = Z_{i1}I_1 + \dots + Z_{ij}(I_j + I_j^f) + \dots + Z_{in}I_n$$

$$V_{inew} = \underbrace{Z_{i1}I_1 + \dots + Z_{ij}I_j + \dots + Z_{in}I_n}_{V_i} + Z_{ij}I_j^f$$

$$V_{inew} = V_i + Z_{ij}I_j^f \quad (۳-۲۰)$$

این رابطه ولتاژ شین i پس از ایجاد جریان I_j^f را برحسب V_j ، ولتاژ اولیه شین j ، نشان می‌دهد. اگر ارتباط شین j با نقطه صفر سیستم از طریق امپدانس Z_f برقرار باشد، I_j^f به این صورت محاسبه می‌شود:

$$I_j^f = - \frac{V_j}{Z_{jj} + Z_f} \quad (3-21)$$

معادله (۳-۲۰) را می‌توان بصورت ماتریس بیان نمود:

$$V_{new} = V + Z_{bus} I^f \quad (3-22)$$

در این رابطه V_{new} بردار ولتاژ شین پس از برقراری جریان I^f و V بردار اولیه ولتاژ شین می‌باشند که بترتیب زیر تعریف می‌شوند:

$$V_{new} = \begin{bmatrix} V_{1new} \\ V_{2new} \\ \vdots \\ V_{inew} \\ \vdots \\ V_{nnew} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

همچنین I^f بردار جریان تزریقی جدید به شین‌ها است. اگر در شین شماره j جریان تزریقی جدید برابر I_j^f باشد بردار I^f بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$I^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_j^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

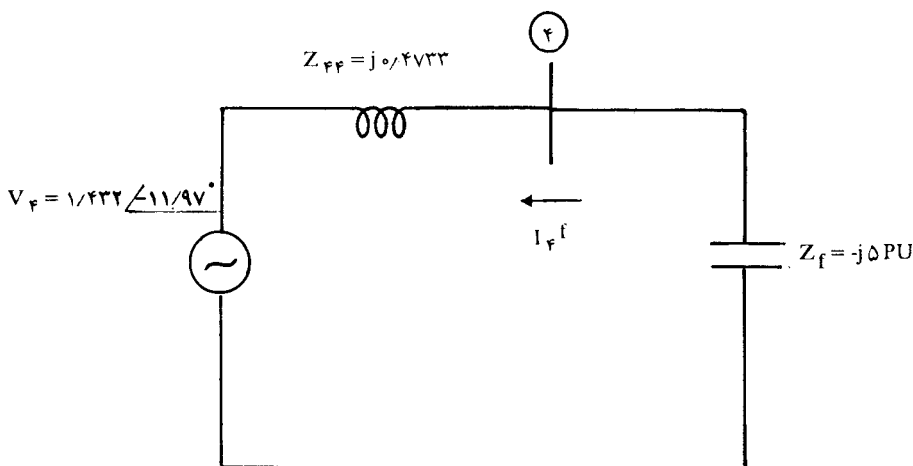
مثال ۳-۵: در مثال (۳-۱) اگر خازنی به قدرت ۲۰ MVA و ولتاژ ۱۳۲ KV در محل شین ۴ نصب شود، جریان خازن و ولتاژ شین‌ها پس از نصب خازن را محاسبه کنید.

حَل: چون ولتاژ خازن با ولتاژ مبنای سیستم در محل شین ۴ برابر است، داریم:

$$X_c = \frac{S_b}{Q} = \frac{100}{20} = 5 \text{ PU}$$

$$Z_f = -jX_c = -j5 \text{ PU}$$

مدار معادل تونن سیستم از دیدگاه شین ۴ در شکل (۳-۹) رسم شده و خازن با امپدانس $Z_f = -j5 \text{ PU}$ به آن وصل شده است.



شکل ۳-۹: نصب خازن در محل شین ۴ سیستم قدرت شکل (۳-۲)

جریان I_f^f که در شکل (۳-۹) نشان داده شده است برابر است با:

$$I_f^f = - \frac{V_f}{Z_{ff} + Z_f} = - \frac{1/432 \angle -11/97^\circ}{j(0/4733 - 5)} = 0/316 \angle -102/97^\circ \text{ PU}$$

ولتاژ شین‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با توجه به رابطه (۳-۲۰) بدست می‌آیند:

$$V_{1new} = V_1 + Z_{1r} I_r^f = 1/436 \angle -10/71^\circ + j 0/4142 \times 0/316 \angle -102/97^\circ$$

$$= 1/567 \angle -10/81^\circ \text{ PU}$$

$$V_{2new} = V_2 + Z_{2r} I_r^f = 1/427 \angle -14/2^\circ + j 0/4126 \times 0/316 \angle -102/97^\circ$$

$$= 1/557 \angle -14/04^\circ \text{ PU}$$

$$V_{3new} = V_3 + Z_{3r} I_r^f = 1/434 \angle -11/4^\circ + j 0/4232 \times 0/316 \angle -102/97^\circ$$

$$= 1/568 \angle -11/41^\circ \text{ PU}$$

$$V_{4new} = V_4 + Z_{4r} I_r^f = 1/432 \angle -11/97^\circ + j 0/4733 \times 0/316 \angle -102/97^\circ$$

$$= 1/582 \angle -11/97^\circ \text{ PU}$$

۳-۶ ترمیم ماتریس امپدانس شین

از آنجائیکه ماتریس Z_{bus} در محاسبات سیستم‌های قدرت نقش مهمی دارد بنابراین ترمیم آن بر اثر اضافه شدن شین‌های جدید و یا اتصال امپدانس‌های جدید نیز حائز اهمیت فراوان است. بدیهی است که بر اثر این تغییرات جدید می‌توان ماتریس جدیدی برای Y_{bus} تشکیل داد و با معکوس نمودن آن ماتریس Z_{bus} جدید (ترمیم یافته) را بدست آورد، لیکن برای اجتناب از معکوس کردن ماتریس‌های بزرگ، ماتریس امپدانس شین را مستقیماً با تغییرات لازم ترمیم می‌کنیم. توانائی در ترمیم ماتریس امپدانس شین موجب می‌شود تا بتوانیم این ماتریس را به روش مستقیم نیز تشکیل دهیم. در اینجا حالت‌های مختلف ترمیم را با اضافه کردن شاخه‌ای که دارای امپدانس Z_b است، بر روی ماتریس Z_{bus} مورد بررسی قرار می‌دهیم. ماتریس امپدانس شین اولیه را با Z_{orig} نشان می‌دهیم که یک ماتریس با ابعاد $n \times n$ است. برای ترمیم Z_{bus} چهار حالت را در نظر می‌گیریم:

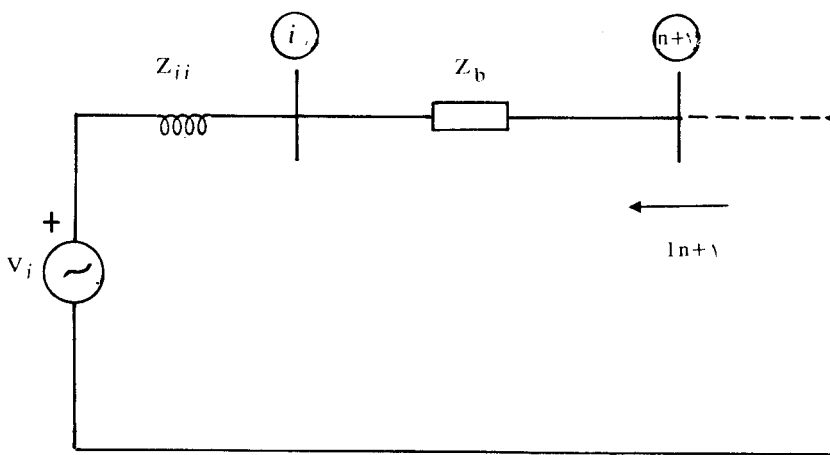
حالت اول: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و نقطه صفر

در این حالت شین جدید به هیچیک از شین‌های موجود سیستم اتصال ندارد، تعداد شین‌ها از n به $n+1$ افزایش یافته است و لذا ماتریس امپدانس شین جدید دارای ابعاد $(n+1)(n+1)$ خواهد بود. اگر ولتاژ شین جدید را با V_{n+1} و جریان تزریقی به آنرا با I_{n+1} نشان دهیم داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} & & & & \circ \\ & & & & \circ \\ & & Z_{orig} & & \circ \\ & & & & \vdots \\ & & & & \circ \\ \hline \circ & \circ & \dots & \dots & \circ \\ & & & & Z_b \end{bmatrix}}_{Z_{bus(new)}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

حالت دوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و شین موجود شماره i

مدار معادل تونن سیستم قدرت را از دیدگاه شین i رسم می‌کنیم و امپدانس Z_b را بین شین جدید $n+1$ و شین i متصل می‌کنیم. شکل (۳-۱۰) این اتصال را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱۰: اتصال امپدانس Z_b بین شین موجود i و شین جدید $n+1$

جریان و ولتاژ شین جدید را بترتیب با I_{n+1} و V_{n+1} نشان می‌دهیم. با توجه به شکل (۳-۱۰) داریم:

$$V_{n+1} = V_i + (Z_{ij} + Z_b) I_{n+1} \quad (3-26)$$

در این رابطه V_i ولتاژ شین i قبل از اتصال امپدانس Z_b است که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_i = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n$$

با جایگزینی این مقدار V_i در معادله (۳-۲۶) خواهیم داشت:

$$V_{n+1} = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n + (Z_{ij} + Z_b) I_{n+1} \quad (3-27)$$

بنابر این تعداد معادلات ولتاژ و جریان سیستم از n به $n+1$ معادله می‌رسد. این معادلات بصورت ماتریس بترتیب زیر نشان داده شده‌اند:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} & Z_{i1} \\ & Z_{i2} \\ & \vdots \\ & Z_{in} \\ \hline Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{in} & Z_{ij} + Z_b \end{bmatrix}}_{Z_{bus(new)}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

لذا تشکیل جدید ماتریس Z_{bus} به این صورت خواهد بود که به ماتریس قبلی امپدانس شین (Z_{orig}) یک سطر و یک ستون اضافه می‌شود. سطر $n+1$ تکرار سطر شماره i و ستون $n+1$ تکرار ستون شماره i می‌باشند. آخرین عنصر سطر و ستون $n+1$ نیز به $Z_{ij} + Z_b$ خواهد بود.

حالت سوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین موجود i و نقطه صفر
این حالت را می‌توان حالت خاصی از حالت دوم در نظر گرفت که در آن شین جدید $n+1$ همان نقطه صفر سیستم می‌باشد. بنابر این مطابق معادله (۳-۲۸) ابتدا سطر شماره i را در سطر $n+1$ تکرار می‌کنیم و همچنین ستون شماره i را در ستون جدید $n+1$ تکرار می‌کنیم. آخرین عنصر سطر و ستون $n+1$ نیز $Z_{ij} + Z_b$ خواهد بود و به این ترتیب با اضافه شدن شین جدید $n+1$ (نقطه صفر سیستم) ماتریس Z_{bus} با ابعاد $(n+1)(n+1)$ بدست می‌آید. سپس از آنجائیکه

این معادلات را بصورت زیر مرتب می‌کنیم:

در اینجا Z_{n+1} طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_{n+1} = Z_{ij} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b \quad (3-34)$$

ماتریس $Z_{bus(n+1)}$ در معادله (۳-۳۳) به این ترتیب تشکیل می‌شود که اختلاف عناصر نظیر به نظیر از سطر i و p در سطر $n+1$ ، و اختلاف عناصر نظیر به نظیر از ستون i و p در ستون $n+1$ قرار می‌گیرند و آخرین عنصر سطر و ستون $n+1$ نیز از رابطه (۳-۳۴) تعیین می‌گردد. چون $V_{n+1} = 0$ است لذا می‌توان ماتریس $Z_{bus(n+1)}$ را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس $n \times n$ تبدیل نمود و ماتریس نهائی امپدانس شین Z_{busnew} را بدست آورد که ابعاد آن $n \times n$ خواهد بود:

$$Z_{jknew} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)} Z_{(n+1)k}}{Z_{n+1}} \quad (3-35)$$

مثال ۳-۶: در مثال (۳-۱) خازنی با راکتانس ۵ PU بین شین ۴ و نقطه صفر سیستم متصل می‌کنیم (در شکل ۳-۳). ماتریس جدید امپدانس شین را بدست آورید. سپس ولتاژ جدید شین ۴ پس از نصب این خازن را بدست آورده با مقدار محاسبه شده در مثال (۳-۵) مقایسه نمایید.

حل: ماتریس Z_{bus} در مثال (۳-۱) بترتیب زیر بدست آمده است که آنرا با Z_{orig} نشان می‌دهیم:

$$Z_{orig} = j \begin{bmatrix} 0/4774 & 0/3706 & 0/4020 & 0/4142 \\ 0/3706 & 0/4872 & 0/3922 & 0/4126 \\ 0/4020 & 0/3922 & 0/4558 & 0/4232 \\ 0/4142 & 0/4126 & 0/4232 & 0/4733 \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه (۳-۲۸) و به ازاء $i=4$ و $Z_b = -j5$ PU داریم:

$$Z_{\Delta\Delta} = Z_{\Delta\Delta} + Z_b = j \ 0/4733 - j \ 5 = -j \ 4/5267 \text{ PU}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & j0/4142 \\ & & & & j0/4126 \\ & Z_{orig} & & & j0/4232 \\ & & & & j0/4733 \\ j0/4142 & j0/4126 & j0/4232 & j0/4733 & -j4/5267 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix}$$

حال با توجه به معادله (۲۹-۳) می‌توانیم یک سطر و یک ستون از ماتریس 5×5 بدست آمده فوق را حذف کنیم تا ماتریس نهائی و ترمیم شده Z_{bus} بدست آید: دو نمونه از محاسبه عناصر ماتریس جدید امپدانس شین مطابق زیر می‌باشد:

$$Z_{11} = j \left(0/4774 - \frac{0/4142 \times 0/4142}{-4/5267} \right) = j 0/5153$$

$$Z_{22} = j \left(0/4126 - \frac{0/4733 \times 0/4126}{-4/5267} \right) = j 0/4557$$

ماتریس ترمیم شده عبارتست از:

$$Z_{bus(new)} = j \begin{bmatrix} 0/5153 & 0/4084 & 0/4407 & 0/4575 \\ 0/4084 & 0/5248 & 0/4308 & 0/4557 \\ 0/4407 & 0/4308 & 0/4954 & 0/4674 \\ 0/4575 & 0/4557 & 0/4674 & 0/5228 \end{bmatrix}$$

ولتاژ شین ۴ پس از نصب خازن مذکور برابر است با:

$$\begin{aligned} V_4 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_{23} I_3 + Z_{24} I_4 \\ &= j 0/4575 (-j 1/2) + j 0/4557 (-0/72 - j 0/96) + j 0/4674 (-j 1/2) \\ &= 1/582 \angle -11/97^\circ \text{ PU} \end{aligned}$$

که با مقدار محاسبه شده در مثال (۵-۳) برابر می‌باشد.

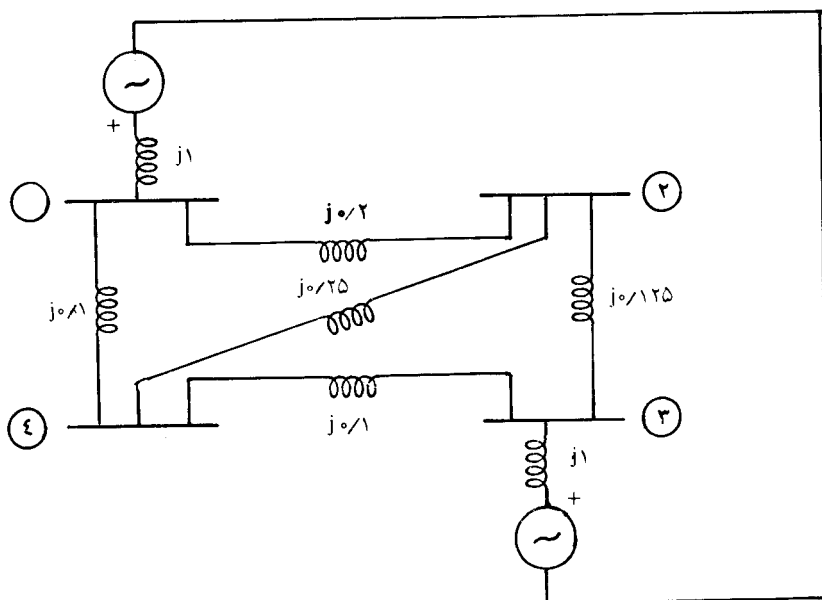
۷-۳ روش مستقیم تشکیل Z_{bus}

همانطوریکه دیدیم برای تعیین Z_{bus} ابتدا باید ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و آنرا معکوس نمائیم. در سیستم‌های قدرت بزرگ تشکیل ماتریس Z_{bus} از روش مستقیم ساده‌تر بوده و در ضمن دقت کمتری نیاز دارد. برای تشکیل ماتریس Z_{bus} ابتدا از یک شین که توسط امپدانس Z_a به نقطه صفر سیستم متصل است شروع می‌کنیم و معادله آنرا بصورت زیر می‌نویسیم:

$$V_1 = Z_a I_1$$

Z_a در اینجا یک ماتریس Z_{bus} با ابعاد 1×1 می‌باشد. حال با اضافه کردن شین‌های جدید و همچنین اضافه نمودن امپدانس بین شین‌ها بتدریج Z_{bus} را ترمیم می‌نمائیم تا در انتها با تأثیر کلیه امپدانس‌های سیستم Z_{bus} بدست آید.

مثال ۷-۳: دیاگرام امپدانس یک سیستم قدرت در شکل (۱۲-۳) نشان داده شده است. ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را برای این سیستم از روش مستقیم بدست آورید.



شکل ۱۲-۳: مربوط به مثال ۷-۳

حل: ابتدا معادله ولتاژ و جریان را برای شین ۱ می‌نویسیم:

$$V_1 = j1I_1$$

$$Z_{bus1} = j1 \text{ PU}$$

امپدانس $Z_b = j0.2 \text{ PU}$ را بین شین موجود ۱ و شین جدید ۲ در نظر گرفته و مطابق حالت دوم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus2} = \begin{bmatrix} j1 & j1 \\ j1 & j1/2 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

امپدانس $Z_b = j0.125 \text{ PU}$ را بین شین موجود ۲ و شین جدید ۳ در نظر می‌گیریم. در اینصورت خواهیم داشت:

$$Z_{bus3} = \left[\begin{array}{cc|c} j1 & j1 & j1 \\ j1 & j1/2 & j1/2 \\ \hline j1 & j1/2 & j1/325 \end{array} \right]$$

مقدار $Z_{r3} = j1/325$ بطریق زیر محاسبه شده‌است:

$$Z_{r3} = Z_{r2} + Z_b = j1/2 + j0.125 = j1/325 \text{ PU}$$

با توجه به اتصال امپدانس $Z_b = j1 \text{ PU}$ بین شین موجود ۳ و نقطه صفر سیستم و براساس حالت سوم ترمیم Z_{bus} می‌توان نوشت:

$$Z_{bus4} = j \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/325 & 1/325 \\ \hline 1 & 1/2 & 1/325 & 2/325 \end{array} \right] \text{ PU}$$

در اینجا نیز $Z_{rr} = j 2/325$ مطابق زیر بدست آمده است:

$$Z_{rr} = Z_{rr} + Z_b = j 1/325 + j 1 = j 2/325 \text{ PU}$$

ماتریس 4×4 فوق را به ماتریس 3×3 تبدیل می‌کنیم، دو نمونه از محاسبه عناصر آن در زیر آمده است:

$$Z_{11} = j \left[1 - \frac{1 \times 1}{2/325} \right] = j 0.57 \text{ PU}$$

$$Z_{rr} = j \left(1/2 - \frac{1/2 \times 1/325}{2/325} \right) = j 0.516 \text{ PU}$$

$$Z_{busr} = j \begin{bmatrix} 0.57 & 0.484 & 0.43 \\ 0.484 & 0.581 & 0.516 \\ 0.43 & 0.516 & 0.57 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

حال امپدانس $Z_b = j 0.1 \text{ PU}$ را بین شین موجود ۳ و شین جدید ۴ در نظر می‌گیریم. با توجه به حالت دوم ترمیم Z_{bus} خواهیم داشت:

$$Z_{bus5} = j \begin{bmatrix} 0.57 & 0.484 & 0.43 & 0.43 \\ 0.484 & 0.581 & 0.516 & 0.516 \\ 0.43 & 0.516 & 0.57 & 0.57 \\ 0.43 & 0.516 & 0.57 & 0.67 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

امپدانس $Z_b = j 0.1 \text{ PU}$ بین دو شین موجود ۴ و ۱ متصل شده است، لذا براساس حالت چهارم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus'} = j \left[\begin{array}{cccc|c} 0/57 & 0/484 & 0/43 & 0/43 & 0/14 \\ 0/484 & 0/511 & 0/516 & 0/516 & -0/032 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/57 & -0/14 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/67 & -0/24 \\ \hline 0/14 & -0/032 & -0/14 & -0/24 & 0/48 \end{array} \right] \quad \text{PU}$$

ماتریس فوق باید به یک ماتریس 4×4 تبدیل شود. سه نمونه از محاسبه عناصر ماتریس جدید بترتیب زیر است:

$$Z_{11} = j \left(0/511 - \frac{0/032 \times 0/032}{0/48} \right) = j 0/579 \text{ PU}$$

$$Z_{12} = j \left(0/43 + \frac{0/14 \times 0/14}{0/48} \right) = j 0/471 \text{ PU}$$

$$Z_{13} = j \left(0/516 - \frac{0/032 \times 0/24}{0/48} \right) = j 0/5 \text{ PU}$$

$$Z_{bus'} = j \left[\begin{array}{cccc} 0/529 & 0/493 & 0/471 & 0/5 \\ 0/493 & 0/579 & 0/507 & 0/5 \\ 0/471 & 0/507 & 0/529 & 0/5 \\ 0/5 & 0/5 & 0/5 & 0/55 \end{array} \right] \quad \text{PU}$$

حال با در نظر گرفتن امپدانس $Z_4 = j 0/25 \text{ PU}$ بین شین‌های ۴ و ۲ با استفاده از محاسبات حالت چهارم ترمیم Z_{bus} می‌توان نوشت:

$$Z_{busv'} = j \left[\begin{array}{cccc|c} 0/529 & 0/493 & 0/471 & 0/5 & -0/007 \\ 0/493 & 0/579 & 0/507 & 0/5 & 0/079 \\ 0/471 & 0/507 & 0/529 & 0/5 & 0/007 \\ 0/5 & 0/5 & 0/5 & 0/55 & -0/05 \\ \hline -0/007 & 0/079 & 0/007 & -0/05 & 0/379 \end{array} \right] \quad \text{PU}$$

با تبدیل ماتریس فوق به ماتریس 4×4 ماتریس نهائی Z_{bus} بدست می آید. سه مقدار از عناصر ماتریس Z_{bus} بعنوان نمونه محاسبه شده اند:

$$Z_{rr} = j \left(0.529 - \frac{0.007 \times 0.007}{0.379} \right) = j 0.529 \text{ PU}$$

$$Z_{1r} = j \left(0.493 + \frac{0.007 \times 0.007}{0.379} \right) = j 0.494 \text{ PU}$$

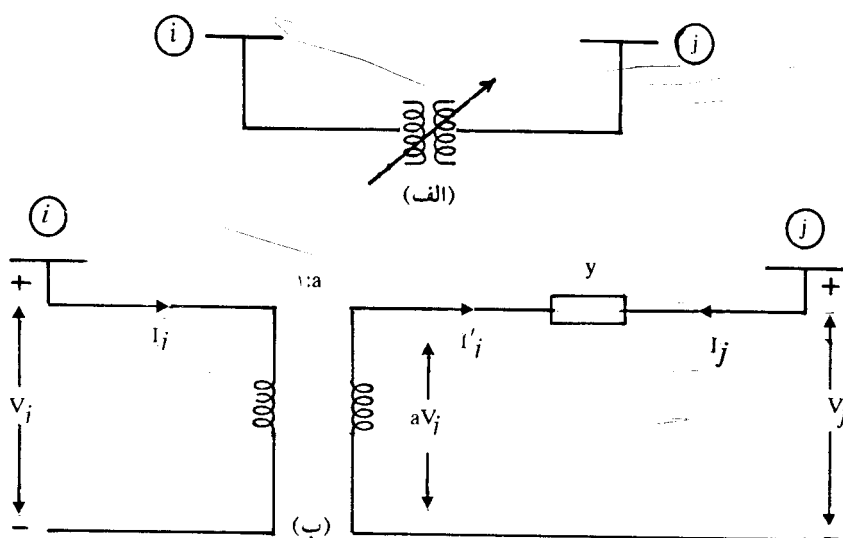
$$Z_{rr} = j \left(0.5 + \frac{0.007 \times 0.005}{0.379} \right) = j 0.501 \text{ PU}$$

$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} 0.529 & 0.494 & 0.471 & 0.499 \\ 0.494 & 0.563 & 0.505 & 0.510 \\ 0.471 & 0.505 & 0.529 & 0.501 \\ 0.499 & 0.510 & 0.501 & 0.543 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

۸-۳ تأثیر ترانسفورماتورهای متغیر در ماتریس Y_{bus}

در فصول بعد خواهیم دید که قدرت های اکتیو توسط زاویه ولتاژ شین ها و قدرت های راکتیو توسط دامنه ولتاژ شین ها قابل کنترل هستند. دامنه ولتاژ را می توان بوسیله ترانسفورماتورهای که دارای تپ چنجر^(۱) هستند تغییر داد. ترانسفورماتورهای که نسبت تبدیل را در شرایط بارداری امکان پذیر می سازند TCUL^(۲) نامیده می شوند. تغییر نسبت تبدیل ترانسفورماتورها با تغییر تپ آنها بصورت پله ای بوده و معمولاً این نسبت تبدیل تا $\pm 10\%$ درصد قابل کنترل می باشد.

وجود ترانسفورماتورهای که دارای تپ چنجر هستند، باید در ماتریس Y_{bus} تأثیر داده شوند. برای اینکار یک ترانسفورماتور دارای تپ چنجر را با امپدانس آن، و یا ادمیتانس آن، متصل به یک ترانسفورماتور ایده آل با نسبت تبدیل a مطابق شکل (۱۳-۳) نشان می دهیم.



شکل ۳-۱۳: نمایش ترانسفورماتور داری تپ چنجر بین دو شین i و j

چون قدرت مختلط در دو طرف ترانسفورماتور ایده آل یکسان است، داریم:

$$S_i = V_i I_i^* = a V_i I_i'^*$$

و در نتیجه:

$$I_i = a^* I_i' = a^* y (a V_i - V_j) = a^* y V_i - a^* y V_j$$

$$I_i = a^* y V_i - a y V_j \quad (3-36)$$

جریان I_j نیز برابر است با:

$$I_j = y(V_j - a V_i) = -a y V_i + y V_j \quad (3-37)$$

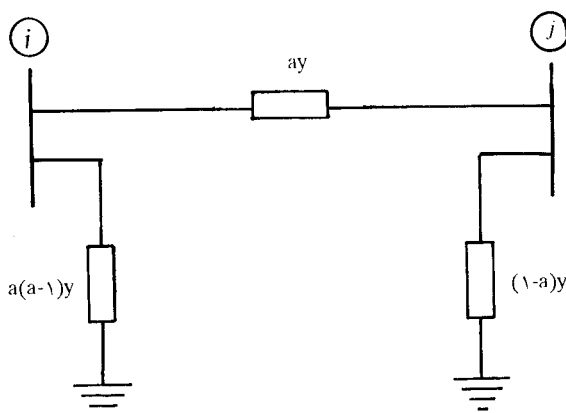
روابط (۳-۳۶) و (۳-۳۷) را بصورت ماتریس می نویسم:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^* y & -a y \\ -a y & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

و بنابراین ماتریس Y برابر است با:

$$Y = \begin{bmatrix} a^2 y & -ay \\ -ay & y \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

با توجه به این رابطه، مدار معادل ترانسفورماتور دارای تپ چنجر مطابق شکل (۳-۱۴) مدلسازی می‌شود. این مدل، مدار معادل π مربوط به ادمیتانس گره‌های i و j را نشان می‌دهد.

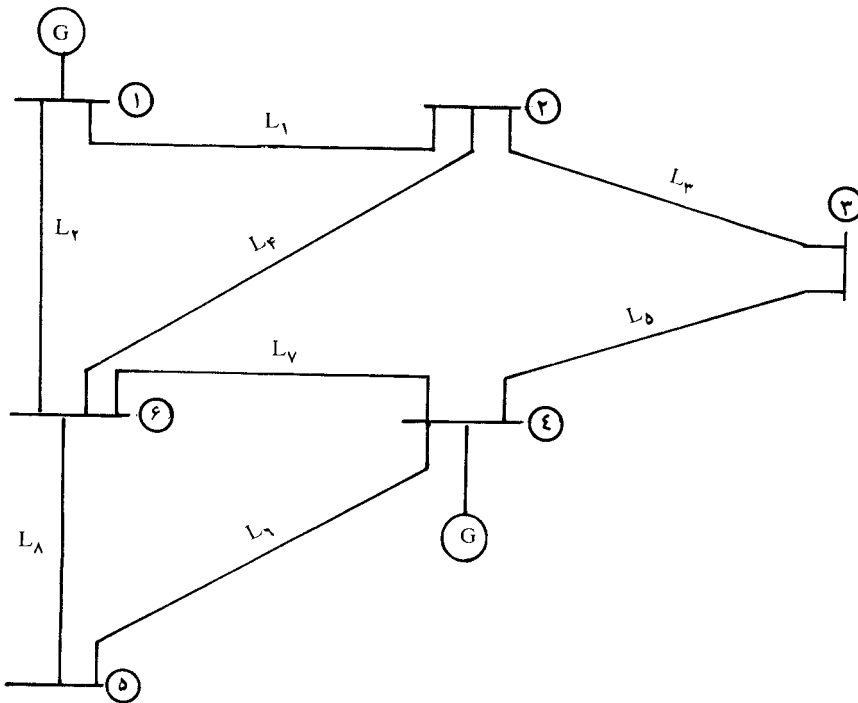


شکل ۳-۱۴: مدار معادل π ترانسفورماتور دارای تپ چنجر

۳-۹ تشکیل Y_{bus} با استفاده از کامپیوتر

در تشکیل ماتریس Y_{bus} برای مطالعه پخش بار^(۱) باید توجه کنیم که در حالت بارداری ولتاژ شین‌هایی که دارای ژنراتور هستند در مقدار ثابتی کنترل می‌شود و لذا می‌توانیم این شین‌ها را منابع ولتاژی با دامنه ثابت در نظر گرفته و راکتانس ژنراتورها را در محاسبات منظور نکنیم. در این حالت فقط امپدانس‌های بین شین‌ها تعیین کننده ماتریس Y_{bus} خواهند بود.

در شکل (۳-۱۵) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت دیده می‌شود. تعداد شین‌های این سیستم $n = 6$ و تعداد خطوط آن $l = 8$ می‌باشد. خطوط انتقال ۱۳۲KV بوده و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰ MVA انتخاب شده‌است.



شکل ۱۵-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

برای تشکیل ماتریس Y_{bus} این سیستم، باید اطلاعات خطوط ^(۱) بطور کامل به کامپیوتر داده شود. برای هر خط انتقال باید اطلاعات زیر در دسترس باشد:

- (۱) شماره خط انتقال i
- (۲) شماره دوشینی که خط انتقال بین آنها قرار دارد. شین مبدأ را با SB_i و شماره شین انتهائی را با EB_i نشان می‌دهیم.
- (۳) طول خط برحسب کیلومتر
- (۴) مقاومت اهمی خط R_i و راکتانس سری خط X_i برحسب اهم بر کیلومتر
- (۵) ساسپتانس خازنی B_i برحسب μ / Km
- (۶) ولتاژ خط انتقال V_i برحسب KV

برای مثال، اطلاعات خطوط انتقال سیستم قدرت شکل (۳-۱۵) در جدول (۳-۱) نشان داده شده است.

ابتدا با داشتن ولتاژ هر خط انتقال، امپدانس مبنای خط را بدست آورده و مقادیر داده شده R_i و X_i و B_i را برحسب PU بدست می آوریم. امپدانس مبنا برای خط شماره i از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z_{bi} = \frac{V_i^2}{S_b} = \frac{V_i^2}{100} \Omega$$

در این رابطه V_i برحسب KV بوده و $S_b = 100$ MVA می باشد.

جدول ۳-۱: اطلاعات خطوط سیستم قدرت شکل (۳-۱۵)

شماره خط	شین مبدأ	شین انتهائی	طول Km	R Ω/Km	X Ω/Km	B μ/Km
۱	۱	۲	۷۲	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۴/۸ \times 10^{-6}$
۲	۱	۶	۵۶/۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۱/۷۳ \times 10^{-6}$
۳	۲	۳	۸۰	۰/۰۷۸۴	۰/۵۵۱	$۱/۵۸ \times 10^{-6}$
۴	۲	۶	۱۰۰	۰/۰۷۳۲	۰/۵۱۹	$۶/۸۹ \times 10^{-7}$
۵	۳	۴	۵۰	۰/۰۷۶۷	۰/۵۳۶۷	$۱/۷۲ \times 10^{-6}$
۶	۴	۵	۷۰	۰/۰۸۲۱	۰/۴۹۲۸	$۱/۶۴ \times 10^{-6}$
۷	۴	۶	۴۰	۰/۰۷۴	۰/۴۴۴۳	$۲/۸۷ \times 10^{-6}$
۸	۵	۶	۱۲۰	۰/۱۰۰۲	۰/۴۰۰۷	$۲/۴۴ \times 10^{-6}$

بعنوان مثال خطوط شماره ۳ و ۱ را در نظر گرفته و محاسبات زیر را انجام می دهیم. برای بقیه خطوط نیز به همین ترتیب عمل کرده و اطلاعات خطوط را برحسب PU کامل می کنیم:

$$Z_{b1} = Z_{br} = \frac{V_1^2}{100} = \frac{132^2}{100} = 174/24 \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = \frac{(0/186 + j0/745) \times 72}{174/24} = 0/077 + j0/308 \text{ PU}$$

$$Y_1 = jB_1 = j4/8 \times 10^{-6} \times 72 (174/24) = j0/06 \text{ PU}$$

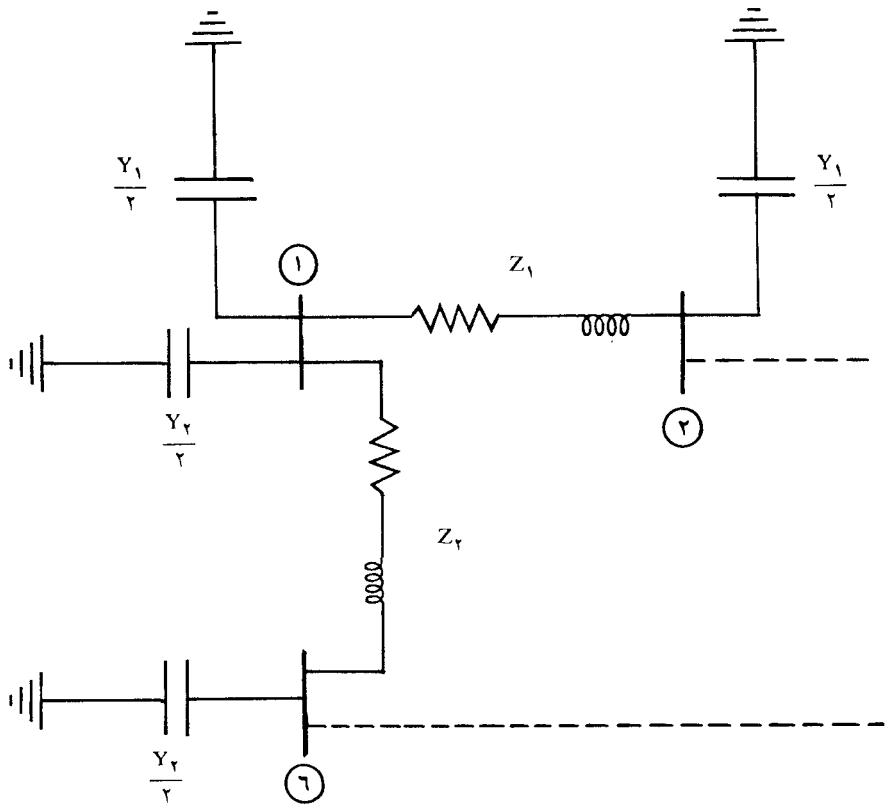
$$Z_r = R_r + jX_r = \frac{(0/0784 + j0/551) \times 80}{174/24} = 0/036 + j0/253 \text{ PU}$$

$$Y_r = jB_r = j1/58 \times 10^{-6} \times 80 (174/24) = j0/022 \text{ PU}$$

شماره خط	$Z_i(\text{PU})$	$Y_i(\text{PU})$
۱	$0/077 + j0/308$	$j0/06$
۲	$0/06 + j0/242$	$j0/017$
۳	$0/036 + j0/253$	$j0/022$
۴	$0/042 + j0/298$	$j0/012$
۵	$0/022 + j0/154$	$j0/015$
۶	$0/033 + j0/198$	$j0/02$
۷	$0/017 + j0/102$	$j0/02$
۸	$0/069 + j0/276$	$j0/051$

برای مدلسازی خط انتقال از مدار اسمی π استفاده می‌کنیم و لذا هر خط انتقال با امپدانس Z_i بین دو شین مبدأ و انتهائی، و ادمیتانس Y_i روی هر یک از این شین‌ها نشان داده می‌شود. در شکل (۳-۱۶) مدار معادل خطوط انتقال L_1 و L_r که به شین ۱ اتصال دارند نشان داده شده‌است.

عناصر ماتریس Y_{bus} با توجه به مدار اسمی π خطوط انتقال بدست می‌آیند. بعنوان مثال Y_{11} ، Y_{12} و Y_{16} به این ترتیب محاسبه می‌شوند:



شکل ۱۶-۳: قسمتی از مدار معادل سیستم قدرت شکل (۱۵-۳)

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{2} Y_1 + \frac{1}{2} Y_2 \\
 &= \frac{1}{0.077 + j0.308} + \frac{1}{0.06 + j0.242} + \frac{1}{2} (j0.06) + \frac{1}{2} (j0.17) \\
 &= 1.729 - j 0.91 \text{ PU}
 \end{aligned}$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_1} = -\frac{1}{0.077 + j0.308} = -0.764 + j 0.56 \text{ PU}$$

$$Y_{16} = -\frac{1}{Z_r} = -\frac{1}{0.06 + j0.242} = -0.965 + j 3.89 \text{ PU}$$

با محاسبه بقیه عناصر، ماتریس Y_{bus} بترتیب زیر تشکیل می‌گردد:

$$Y_{11} = 1/0.729 - j6/91 \text{ PU} = 1.358 \angle -75.95^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -0.764 + j3.056 \text{ PU} = 3.15 \angle 104.04^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{13} = Y_{31} = Y_{15} = Y_{31} = Y_{r1} = Y_{\Delta 1} = 0$$

$$Y_{16} = Y_{61} = -0.965 + j3.89 \text{ PU} = 4.011 \angle 103.93^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{22} = 1/0.779 - j10/173 \text{ PU} = 1.282 \angle -80.08^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -0.551 + j3.874 \text{ PU} = 3.913 \angle 98.1^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{24} = Y_{42} = Y_{25} = Y_{\Delta 2} = 0$$

$$Y_{26} = Y_{62} = -0.464 + j3.29 \text{ PU} = 3.323 \angle 98.02^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{33} = 1/0.46 - j10/219 \text{ PU} = 2.173 \angle -81.87^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -0.909 + j6.364 \text{ PU} = 6.428 \angle 98.13^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{35} = Y_{53} = Y_{36} = Y_{63} = 0$$

$$Y_{44} = 3/318 - j20/789 \text{ PU} = 2.1052 \angle -80.93^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{\tau\delta} = Y_{\delta\tau} = -j0.819 + j4.914 \text{ PU} = 4.982 \angle 99.46^\circ \text{ PU}$$

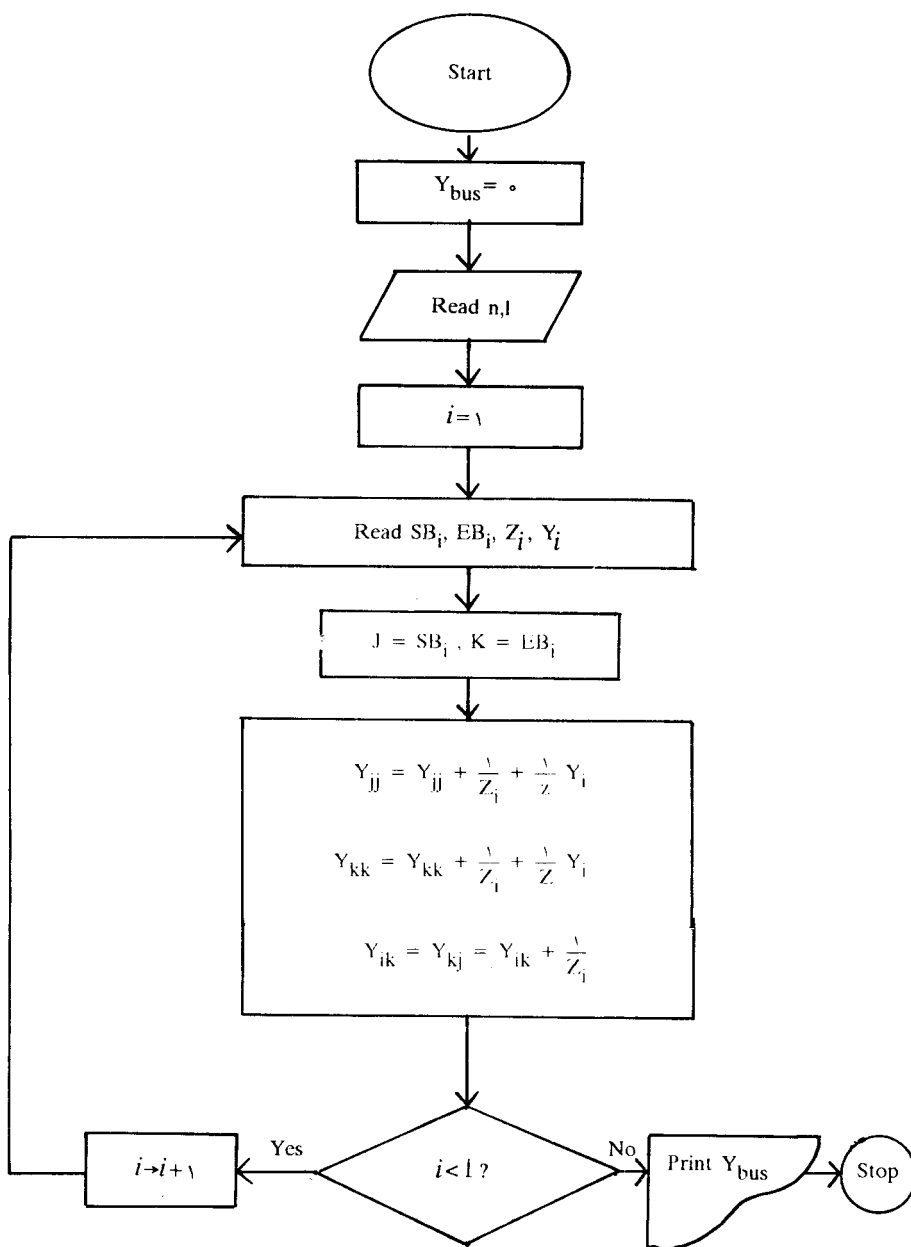
$$Y_{\tau\epsilon} = Y_{\epsilon\tau} = -j1.59 + j9.539 \text{ PU} = 9.671 \angle 99.46^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{\delta\delta} = 1/672 - j8/289 \text{ PU} = 8.455 \angle -78.6^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{\delta\epsilon} = Y_{\epsilon\delta} = -j0.853 + j3.41 \text{ PU} = 3.515 \angle 104.04^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{\epsilon\epsilon} = 3/871 - j20.082 \text{ PU} = 20.452 \angle -79.09^\circ \text{ PU}$$

شکل (۱۷-۳) فلوچارت تشکیل ماتریس Y_{bus} را برای محاسبات پخش بار با توجه به مراحل انجام شده فوق نشان می‌دهد. همانطوریکه در این شکل دیده می‌شود ابتدا Y_{bus} را برابر صفر قرار می‌دهیم و سپس در هر بار با خواندن اطلاعات یک خط انتقال، ماتریس Y_{bus} را بتدریج تشکیل می‌دهیم بطوریکه پس از خواندن اطلاعات آخرین خط و تأثیر دادن امپدانس آن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید. در محاسبات اتصال کوتاه معمولاً از مقاومت اهمی و کاپاسیتانس خطوط انتقال و مقاومت اهمی آرمیچر ژنراتورها صرف‌نظر می‌شود و شبکه کاملاً سلفی در نظر گرفته می‌شود. از آنجائیکه ولتاژهای شین‌های دارای ژنراتور نیز بر اثر اتصال کوتاه تغییر می‌نمایند لذا راکتانس گذرا و یا زیرگذرای ژنراتورها در تشکیل Y_{bus} تأثیر داده می‌شوند. ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را می‌توان پس از تشکیل ماتریس Y_{bus} با معکوس کردن آن بدست آورد و یا از برنامه کامپیوتری روش مستقیم تشکیل Z_{bus} استفاده نمود.



شکل ۱۷-۳: فلوچارت تشکیل ماتریس Y_{bus} برای محاسبه پخش بار

مسائل فصل سوم

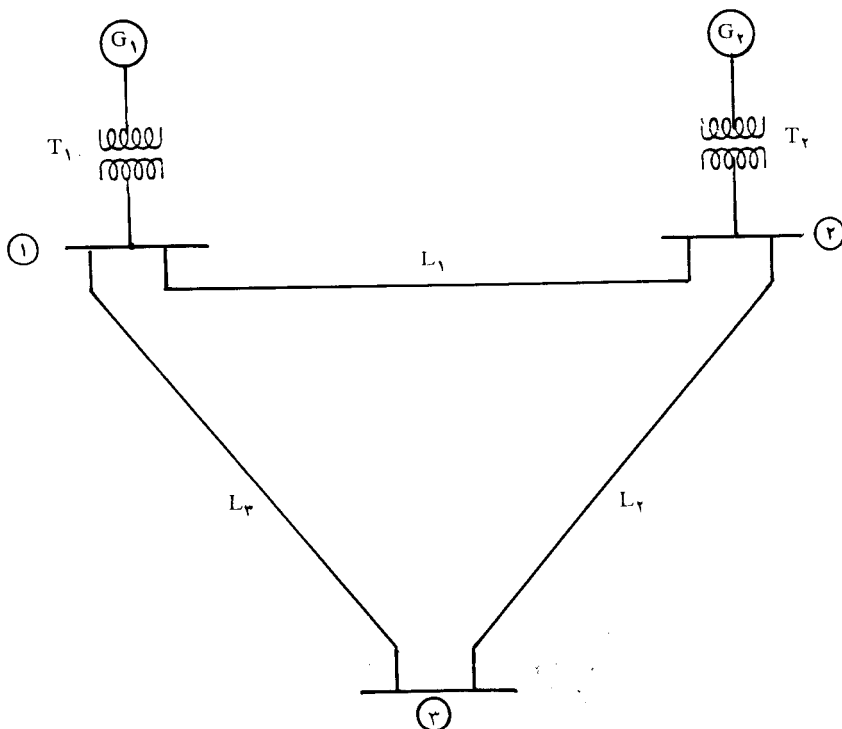
۳-۱ ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} را برای سیستم قدرت شکل (۳-۱۸) در قدرت مبنای 100 MVA بدست آورید. سپس ماتریس امپدانس شین $Z_{bus} = Y_{bus}^{-1}$ را تشکیل دهید. راکتانس خطوط انتقال L_1 و L_2 و L_3 به ترتیب 0.1 PU ، 0.05 PU و 0.1 PU در مبنای 100 MVA و 132 KV بوده و اطلاعات ژنراتورها و ترانسفورماتورها بشرح زیر است:

$$G_1 : 75\text{ MVA} , 20\text{ KV} , X'_d = 0.22/5$$

$$G_2 : 100\text{ MVA} , 20\text{ KV} , X'_d = 0.17$$

$$T_1 : 100\text{ MVA} , 132/20\text{ KV} , X = 0.1$$

$$T_2 : 125\text{ MVA} , 132/20\text{ KV} , X = 0.1$$



شکل ۳-۱۸: مربوط به مسأله ۳-۱

۳-۲ در شکل (۳-۱۸):

الف- در صورتیکه نیروی محرکه ژنراتورها بترتیب $E_1 = 1 \angle 0^\circ$ PU و $E_2 = 1/2 \angle 20^\circ$ PU باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه نمایید.

ب - ماتریس امپدانس Z_{bus} را از روش مستقیم تشکیل دهید.

ج - اگر خط انتقال L_1 با راکتانس 0.1 PU را موازی خط L_1 (بین دو شین ۱ و ۲) سیستم نصب کنیم، ماتریس ترمیم شده Z_{bus} و ولتاژ شین‌ها پس از نصب این خط جدید را بدست آورید.

۳-۳ اگر خازنی با مشخصات $12/5$ Mvar و 132 KV در شین ۳ از مسأله (۳-۱) نصب شود ولتاژ شین‌ها را پس از نصب خازن از دو روش زیر بدست آورده با یکدیگر مقایسه نمایید:

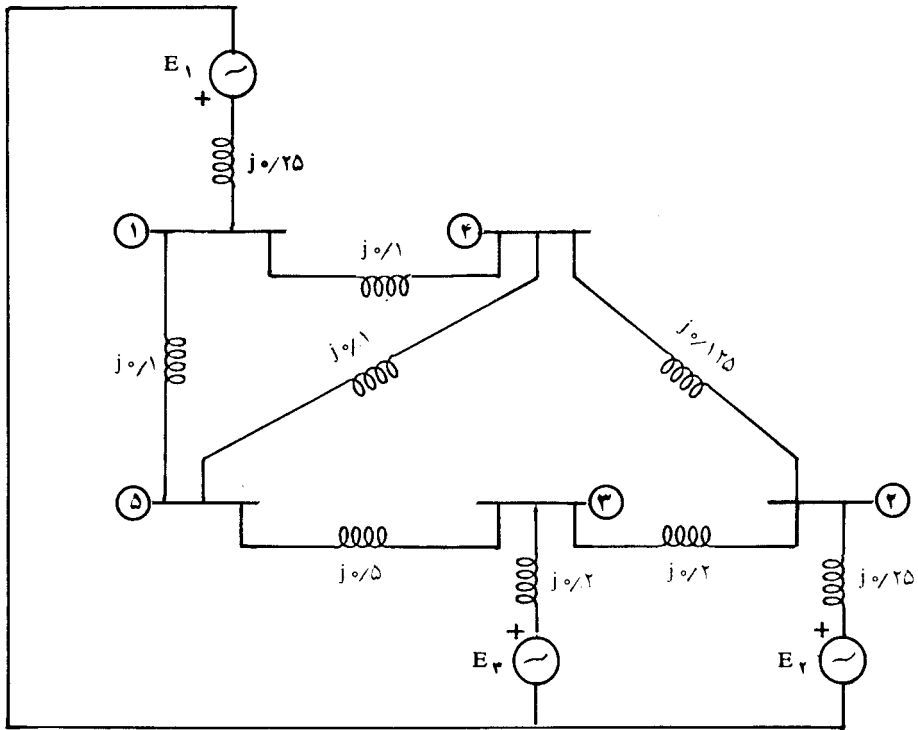
الف - تعیین مدار معادل تونن شین ۳ (مشابه روش ذکر شده در مثال ۳-۵)

ب - ترمیم Z_{bus} با توجه به وجود خازن و محاسبه ولتاژ شین‌ها

۳-۴ در سیستم قدرت شکل (۳-۱۹) مقادیر امپدانس‌ها برحسب PU مشخص شده‌اند. ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و با حذف شین‌های ۴ و ۵ ماتریس جدید ادmittانس شین را تشکیل دهید. سپس سیستم معادل ۳ شین را رسم کرده و مقادیر امپدانس‌ها را برحسب PU روی آن مشخص کنید.

۳-۵ چنانچه راکتوری با راکتانس 5 PU در سیستم قدرت شکل (۳-۱۹) به شین ۲ متصل کنیم، جریان راکتور و ولتاژ شین‌ها را پس از نصب راکتور محاسبه کنید.

۳-۶ اگر در مسأله (۳-۵) عناصر بین شین‌های ۴ و ۵ و همچنین بین شین‌های ۵ و ترانسفورماتورهای با تپ $1/0.5$ و امپدانس 0.1 PU باشند ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و پس از حذف شین ۴ ماتریس Y_{bus} (4×4) را تشکیل دهید.



شکل ۱۹-۳: مربوط به مسأله ۳-۴

فصل چهارم

مطالعه پخش بار

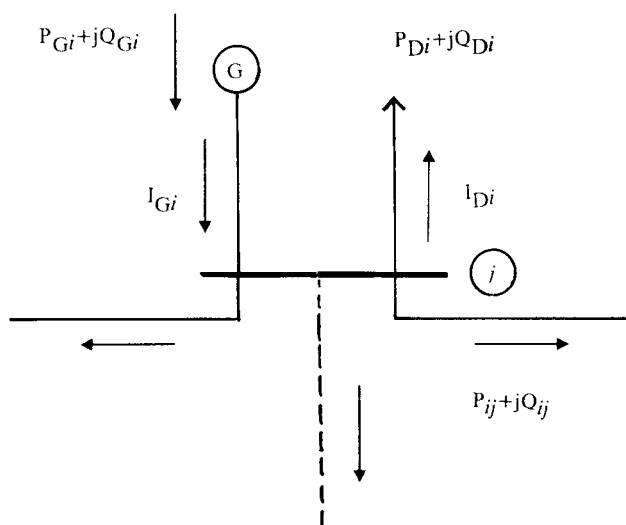
۱-۴ مقدمه

هدف از طراحی و بهره‌برداری از یک سیستم قدرت، تأمین بارهای مورد نیاز شبکه می‌باشد. همانطوریکه قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین‌ها در نظر می‌گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می‌دهیم. مطالعه پخش بار^(۱) به محاسبه کمیت‌های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار^(۲) به ازاء بارهای مشخص و معلوم می‌پردازد. این کمیت‌ها شامل ولتاژ شین‌ها، قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می‌باشد. بنابر این بطور خلاصه می‌توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و مقارن است.

در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم‌گیری در مورد بهترین شرایط بهره‌برداری از آن را بعهدہ دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مسأله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش‌های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مسأله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

۴-۲ رابطه کمیت‌های الکتریکی در یک شین

در شکل (۴-۱) شین شماره i از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده‌است. در این شکل P_{Gi} و Q_{Gi} قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور، P_{Di} و Q_{Di} قدرت‌های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و V_i ولتاژ شین i می‌باشند. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می‌تواند دارای ژنراتور و بار، فاقد هر دو و یا فاقد یکی از آن دو باشد.



شکل ۴-۱: قدرت‌های تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارتست از:

$$S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$S_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$$

قدرت‌های اکتیو و راکتیو مختلط شین i طبق روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (۴-۱)$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین i نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_i = I_{Gi} - I_{Di} \quad (۴-۲)$$

که در آن I_{Gi} جریان تولیدی شین، I_{Di} جریان مصرفی شین، و I_i جریان شین i می‌باشند. بین P_i ، Q_i ، V_i و I_i معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (۴-۳)$$

در این معادله $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ می‌باشد که در اینجا δ_i زاویه ولتاژ شین i نسبت به شین اصلی (مرجع) می‌باشد.

۳-۴ انواع شین‌ها از دید مسأله پخش بار

برای شروع بررسی مسأله پخش بار، شین‌های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می‌کنیم.

الف - شین اصلی (شین اسلک): از آنجائیکه ولتاژ و جریان شین‌ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین‌های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت‌ها را با آن

می‌سنجیم. این شین را شین اصلی^(۱) یا اسلک^(۲) نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می‌گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی (δ_1) برابر صفر منظور می‌گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها (P_{Gi}) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده و لذا ضروری است که در یکی از شین‌ها قدرت‌های تولیدی P_{Gi} و Q_{Gi} نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی جبران گردد. بنابر این شین اصلی باید یکی از شین‌های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور P_{Gi} و $|V_i|$ قابل کنترل هستند (روش‌های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت). در نتیجه با کنترل و تثبیت $|V_i|$ این کمیت برای شین اصلی معلوم است.

بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت $|V_1|$ و $\delta_1 = 0$ معلوم بوده و دو کمیت P_{G1} و Q_{G1} (و در نتیجه P_1 و Q_1) مجهول می‌باشند.

ب - شین‌های کنترل شده^(۳): بجز شین اصلی بقیه شین‌هایی که دارای ژنراتور هستند به شین‌های کنترل شده یا شین‌های PV موسومند. در این شین‌ها P_{Gi} معلوم است. با توجه به اینکه P_{Di} و Q_{Di} برای کلیه شین‌ها معلوم بوده و از روش‌های پیش‌بینی بار^(۴) قابل دستیابی هستند لذا $P_i = P_{Gi} - P_{Di}$ نیز معلوم می‌باشد. بنابر این در شین‌های کنترل شده دو کمیت $|V_i|$ و P_i معلوم بوده و دو کمیت δ_i و Q_i (و در نتیجه Q_{Gi}) مجهول می‌باشند.

ج - شین‌های بار^(۵): این شین‌ها که به شین‌های PQ نیز موسومند دارای ژنراتور نمی‌باشد. بنابراین:

$$P_{Gi} = Q_{Gi} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت‌های مصرفی P_{Di} و Q_{Di} کمیت‌های P_i و Q_i در این شین‌ها به ترتیب زیر معلوم می‌باشند:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = 0 - P_{Di} = -P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = 0 - Q_{Di} = -Q_{Di}$$

1- Main Bus

2- Slack Bus (or Swing Bus)

3- Controlled Bus (or PV Bus)

4- Load Forecasting

5- Load Bus

بنابر این در شین‌های بار P_i و Q_i معلوم و $|V_i|$ و δ_i مجهول هستند.

۴-۴ معادلات پخش بار^(۱):

همانطوریکه در تقسیم‌بندی شین‌ها ملاحظه می‌شود، در هر شین چهار کمیت اصلی P_i ، Q_i ، $|V_i|$ و δ_i مورد نظر هستند. در هر یک از شین‌ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می‌باشند. با توجه به تعداد شین‌ها (n)، تعداد معلومات $2n$ و تعداد مجهولات نیز $2n$ می‌باشد، و لذا برای بدست آوردن مجهولات باید $2n$ معادله تشکیل گردد. مسأله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق‌الذکر می‌گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می‌آید شامل موارد زیر است:

الف) ولتاژ شین‌ها $|V_i|$

ب) زاویه ولتاژ شین‌ها δ_i

ج) قدرت‌های اکتیو و راکتیو شین‌ها P_i و Q_i

د) قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین‌های کنترل شده و اصلی P_{Gi} ، Q_{Gi}

هـ) قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال P_{ij} و Q_{ij}

و) تلفات هر خط و تلفات کل شبکه

برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین برحسب بردار ولتاژ شین را براساس معادله (۳-۳) بصورت زیر می‌نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \dots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین i بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{in} V_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (4-4)$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۴-۳) جریان شین i برحسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین عبارتست از:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (4-5)$$

با مقایسه روابط (۴-۴) و (۴-۵) داریم:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (4-6)$$

و یا:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-7)$$

با قرار دادن n و 1 و 2 می توان رابطه (۴-۷) را برای یک یک شین ها نوشت و به n معادله مختلط دست یافت. چون مقادیر V_i و Y_{ij} مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (۴-۷) تعداد معادلات به $2n$ می رسد و چون در هر شین دو مجهول وجود دارد، تعداد مجهولات این معادلات نیز $2n$ می باشد.

معادله (۴-۷) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادله را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (۴-۷) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i, \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۴-۷) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-8)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-9)$$

اگر V_i و Y_{ij} را بر حسب قسمت‌های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i| \angle \underline{\delta_i} = c_i + jf_i \quad (4-10)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (4-11)$$

و این مقادیر را در رابطه (۴-۷) جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$P_i = c_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} c_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} c_j)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} c_j - B_{ij} f_j) - c_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} c_j)$$

این روابط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_i = c_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (4-12)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - c_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (4-13)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} طبق معادلات زیر تعریف می‌شوند:

$$a_{ij} = G_{ij} c_j - B_{ij} f_j \quad (4-14)$$

$$b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} c_j \quad (4-15)$$

روابط (۴-۱۲) و (۴-۱۳) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می‌دهند که در آن‌ها از قسمت‌های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر Y_{bus} استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات

پخش بار). معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش‌های آنالیز عددی قابل حل هستند. در ادامه بحث به حل این معادلات از روش‌های عددی می‌پردازیم.

۴-۵ روش گوس - سایدل^(۱)

یکی از روش‌های عددی برای حل معادلات جبری غیر خطی روش گوس سایدل (GS) است که یک الگوریتم مبتنی بر تکرار^(۲) می‌باشد. در این روش ابتدا باید بتوان معادله هر متغیر را برحسب بقیه متغیرها بدست آورد. برای اینکار با توجه به معادله (۴-۷) داریم:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j = V_i^* \left[Y_{ij} V_i + \sum_{j \neq i}^n Y_{ij} V_j \right]$$

از این رابطه V_i را بدست می‌آوریم:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{j \neq i}^n Y_{ij} V_j \right], \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (4-16)$$

در شین شماره ۱ ولتاژ $|V_1|$ و زاویه δ_1 معلوم هستند. بنابر این در رابطه (۴-۱۶) محاسبه ولتاژها را از شین ۲ شروع می‌کنیم. به ازاء n و ۳ و ۲ i تعداد مجهولات غیر خطی $n-1$ می‌باشد و تعداد مجهولات نیز $n-1$ ولتاژ (مختلط) است.

ابتدا مقادیر مناسبی برای ولتاژهای V_2 و V_3 و ... و V_m تخمین می‌زنیم. سپس از رابطه (۴-۱۶) به ازاء $i=2$ ولتاژ V_2 را با استفاده از مقادیر تخمین زده شده محاسبه می‌کنیم، و بعد به ازاء $i=3$ در رابطه (۴-۱۶) ولتاژ V_3 را برحسب مقدار جدید V_2 و حدس‌های اولیه دیگر ولتاژها بدست می‌آوریم. سپس V_4 را برحسب مقادیر جدید V_2 و V_3 و حدس‌های اولیه دیگر ولتاژها محاسبه می‌کنیم. این عملیات را تا $i=n$ ادامه می‌دهیم و در محاسبه هر ولتاژ از ولتاژهای جدید بدست آمده استفاده می‌کنیم. با بدست آمدن V_2 و V_3 و ... V_n یک تکرار خاتمه یافته است.

تکرار دوم را با استفاده از مقادیر بدست آمده در پایان تکرار اول آغاز می‌کنیم و مجدداً V_r تا V_n را مشابه روش تکرار اول بدست می‌آوریم. تکرارها را آنقدر ادامه می‌دهیم تا اختلاف ولتاژها در دو تکرار متوالی بسیار کوچک شود. در این صورت ولتاژهای بدست آمده در آخرین تکرار مورد قبول بوده و همگرایی^(۱) حاصل شده است.

اگر ولتاژ محاسبه شده شین i در تکرار شماره k را با $V_i^{(k)}$ و ولتاژ محاسبه شده این شین در تکرار شماره $k+1$ را با $V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم، برای حصول همگرایی باید رابطه زیر به ازاء مقادیر n و ... و 3 و $2 = i$ برقرار باشد:

$$|V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}| \leq \varepsilon \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-17)$$

ε عدد بسیار کوچکی است که با توجه به میزان دقت مورد نیاز آنرا بین 10^{-3} تا 10^{-6} در نظر می‌گیریم.

حصول همگرایی و سرعت آن بستگی به تخمین اولیه دارد. با استفاده از روش‌های ریاضی می‌توان مناسب‌ترین مقادیر را برای تخمین اولیه بدست آورد. لیکن در مسأله پخش بار که ولتاژها نزدیک به ۱PU و زاویه ولتاژها حدود صفر است معمولاً ولتاژهای مجهول را $1 \angle 0^\circ$ PU تخمین می‌زنیم و لذا احتیاجی به محاسبه تخمین‌های اولیه ولتاژها نمی‌باشد. در محاسبه ولتاژ شین‌های بار (PQ) مقادیر P_i و Q_i معلوم هستند و لذا با استفاده از رابطه (۴-۱۶) ولتاژ V_i در هر تکرار قابل محاسبه است.

در محاسبه ولتاژ شین‌های کنترل شده (PV) مقادیر P_i و $V_{i,spec}$ معلوم هستند. لیکن هنگام استفاده از معادله (۴-۱۶) به Q_i نیاز می‌باشد که جزو مجهولات است. لذا در هر تکرار ابتدا آنرا از رابطه زیر برحسب آخرین ولتاژهای بدست آمده و $V_{i,spec}$ محاسبه می‌کنیم:

$$Q_i = -\text{Imag} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (4-18)$$

این رابطه از معادله (۴-۱۶) بدست آمده و کلمه Imag به مفهوم «قسمت موهومی» می‌باشد. پس از محاسبه Q_i ، آنرا در رابطه (۴-۱۶) جایگزین می‌کنیم تا V_i محاسبه شود.

یکی از قيود نامعادله‌ای در محاسبه ولتاژ شین‌های کنترل شده، میزان قدرت راکتیو تولید شده توسط ژنراتورها می‌باشد که به این طریق بیان می‌شود:

$$Q_{Gi_{min}} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi_{max}} \quad (۴-۱۹)$$

و بنابر این قدرت راکتیو این شین‌ها نیز در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$Q_{Gi_{min}} - Q_{Di} \leq Q_{Gi} - Q_{Di} \leq Q_{Gi_{max}} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{min}} \leq Q_i \leq Q_{i_{max}} \quad (۴-۲۰)$$

که در آن:

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{max}} = Q_{Gi_{max}} - Q_{Di} \quad (۴-۲۱)$$

$$Q_{i_{min}} = Q_{Gi_{min}} - Q_{Di}$$

Q_i قدرت راکتیو شین، و $Q_{i_{max}}$ و $Q_{i_{min}}$ بترتیب قدرت‌های راکتیو ماکزیمم و مینی‌موم شین می‌باشند.

با توجه به این محدودیت، هنگامی که Q_i در یک تکرار از رابطه (۴-۱۸) محاسبه می‌گردد، باید دید که آیا در رابطه (۴-۲۰) صدق می‌کند یا نه. در صورتیکه این رابطه برقرار باشد Q_i مناسب بوده و شین i در این تکرار، شین کنترل شده باقی می‌ماند. با جایگزینی Q_i و $V_i = V_{i_{spec}}$ در رابطه (۴-۱۶) مقدار بعدی ولتاژ را برای $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ محاسبه می‌کنیم.

اگر $Q_i > Q_{i_{max}}$ باشد Q_i را مساوی $Q_{i_{max}}$ ، و اگر $Q_i < Q_{i_{min}}$ باشد آنرا مساوی $Q_{i_{min}}$ قرار می‌دهیم. در اینصورت چون P_i و Q_i برای این شین معلوم فرض شده‌است، شین i در این تکرار یک شین بار (PQ) در نظر گرفته می‌شود و ولتاژ آن دیگر $V_{i_{spec}}$ نمی‌باشد، بلکه همان مقدار فعلی V_i می‌باشد. بنابر این با قرار دادن مقادیر P_i ، Q_i و V_i در رابطه (۴-۱۶) مشابه شین‌های بار مقدار بعدی ولتاژ را محاسبه می‌کنیم.

۴-۶ تسریع همگرایی در الگوریتم GS

تعداد تکرارها برای حصول همگرایی در روش GS نسبتاً زیاد بوده و با افزایش تعداد شین‌ها، معمولاً تعداد تکرارها نیز افزایش می‌یابد. استفاده از ضریب تسریع^(۱) باعث افزایش سرعت همگرایی می‌گردد. اگر اختلاف ولتاژ محاسبه شده برای شین i را در دو تکرار متوالی k و $k+1$ با $\Delta V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم داریم:

$$\Delta V_i^{(k+1)} = V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \quad (۴-۲۲)$$

اگر این اختلاف ولتاژ را که یک عدد مختلط است، در ضریب تسریع α ، که بزرگتر از یک است، ضرب کنیم و آنرا به $V_i^{(k)}$ اضافه کنیم، مقدار جدیدی برای ولتاژ شین i بدست می‌آید که آنرا با $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ نشان می‌دهیم. این مقدار برابر است با:

$$V_{i_{acc}}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha \Delta V_i^{(k+1)} \quad (۴-۲۳)$$

حال برای محاسبه ولتاژ شین شماره $i+1$ از $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ استفاده می‌کنیم. تجربه نشان داده است که مقدار α در حدود $1/4$ تا $1/7$ برای اغلب سیستم‌ها نتایج مناسبی را برای همگرایی معادلات پخش بار بدست می‌دهد. انتخاب مقادیر نامناسب و زیاد برای α گاهی اوقات باعث واگرایی^(۲) نیز می‌شود.

۴-۷ محاسبه قدرت‌ها در مسأله پخش بار

پس از بدست آمدن ولتاژها، می‌توان قدرت‌های مورد نیاز را به ترتیب زیر محاسبه نمود: الف) قدرت اکتیو و راکتیو شین اصلی: با توجه به معادله (۴-۷) در صورت معلوم بودن ولتاژ شین‌ها قدرت اکتیو هر شین از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_i = \text{Real} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (۴-۲۴)$$

که در آن مقصود از Real، «قسمت حقیقی» می‌باشد. رابطه اخیر برای شین اصلی (شین شماره یک) عبارتست از:

$$P_{\lambda} = \text{Re} \left\{ V_{\lambda}^* \sum_{j=1}^n Y_{\lambda j} V_j \right\} \quad (4-25)$$

بهمین ترتیب قدرت راکتیو شین اصلی بدست می‌آید:

$$Q_{\lambda} = -\text{Im} \left\{ V_{\lambda}^* \sum_{j=1}^n Y_{\lambda j} V_j \right\} \quad (4-26)$$

سپس قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی این شین تعیین می‌گردند:

$$P_{G\lambda} = P_{\lambda} + P_{D\lambda} \quad (4-27)$$

$$Q_{G\lambda} = Q_{\lambda} + Q_{D\lambda}$$

ب) قدرت راکتیو شین‌های کنترل شده: این قدرت که در طول تکرارهای پخش بار در محدوده بین $Q_{i\min}$ و $Q_{i\max}$ کنترل می‌شود پس از تعیین ولتاژها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q_i = -\text{Im} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (4-28)$$

و سپس قدرت راکتیو تولیدی این شین محاسبه می‌گردد:

$$Q_{Gi} = Q_i + Q_{Di} \quad (4-29)$$

ج) قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری بین شین‌ها: اگر بین دو شین i و j ترانسفورماتور T_k با امپدانس Z_k قرار گرفته باشد جریان عبوری از آن برابر است با:

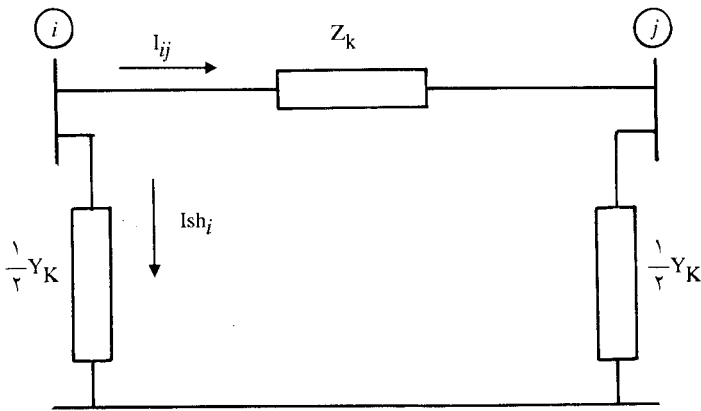
$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_k} \quad (4-30)$$

و لذا قدرت جاری از شین i به شین j عبارتست از:

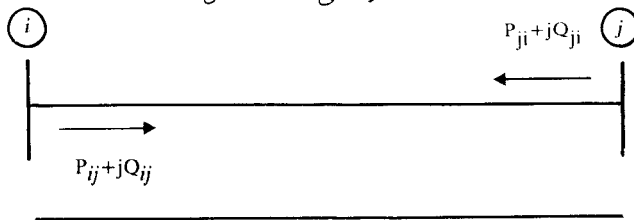
$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (۴-۳۱)$$

چنانچه بین دو شین i و j خط انتقال L_k با امپدانس Z_k و ادمیتانس موازی Y_k مطابق شکل (۴-۲الف) قرار گرفته باشد، قدرت مصرفی ادمیتانس موازی برابر است با:

$$S = V_i I_{sh_i}^* = V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$



الف) مداراسمی π خط انتقال



ب) شکل اصلی خط انتقال

شکل ۴-۲: قدرت‌های جاری بین دو شین i و j

حال اگر شکل (۴-۲ب) را معادل شکل (۴-۲الف) در نظر بگیریم کل قدرت انتقالی از شین i به شین j برابر است با:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* + V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$

با توجه به رابطه (۴-۳۰) داریم:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} \right]^* + V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$

و یا:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} + \frac{1}{Y} Y_k V_i \right]^* \quad (۴-۳۲)$$

به همین ترتیب قدرت انتقالی از شین j به شین i برابر است با:

$$P_{ji} + jQ_{ji} = V_j \left[\frac{V_j - V_i}{Z_k} + \frac{1}{Y} Y_k V_j \right]^* \quad (۴-۳۳)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال نیز از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_{ij} = |P_{ij} + P_{ji}| \quad (۴-۳۴)$$

$$\Delta Q_{ij} = |Q_{ij} + Q_{ji}| \quad (۴-۳۵)$$

۸-۴ استفاده از کامپیوتر در پخش بار از روش GS

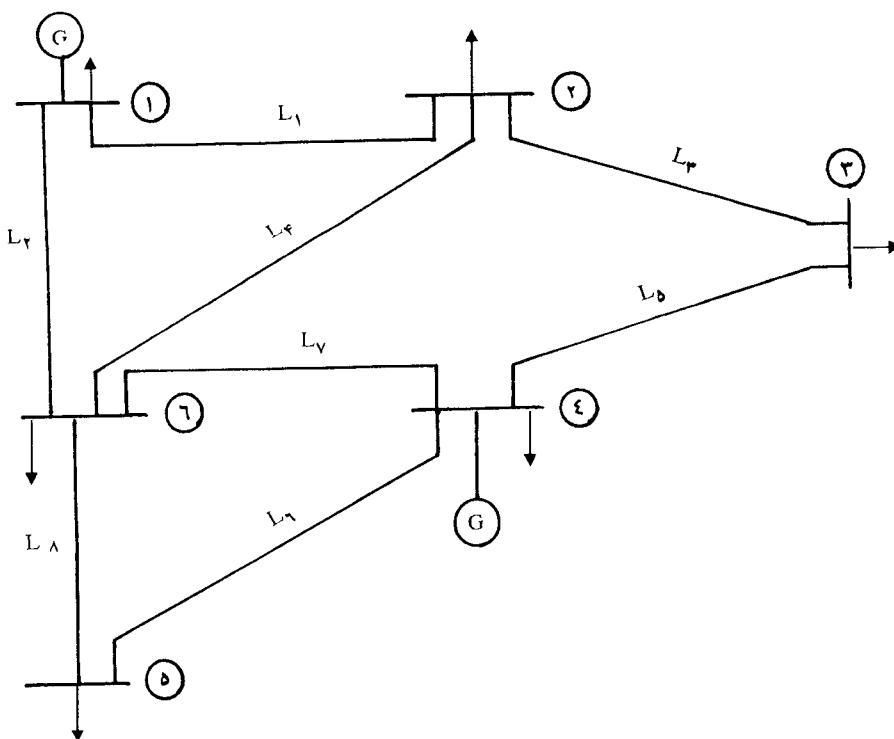
در سیستم‌های قدرت واقعی با تعداد شین‌های زیاد، با توجه به تکرار زیاد محاسبات در الگوریتم GS، استفاده از کامپیوترهای دیجیتال در حل مسأله پخش بار اجتناب ناپذیر است. شکل (۴-۴) فلوچارت حل مسأله پخش بار را از روش گوس - سایدل نشان می‌دهد. در این فلوچارت n تعداد شین‌ها، l تعداد خطوط انتقال، و k نشان دهنده تعداد تکرار می‌باشد.

مثال ۴-۱: سیستم قدرت شکل (۳-۱۵) را که مجدداً در شکل (۴-۳) رسم شده است در نظر بگیرید. اطلاعات خطوط این سیستم در جدول (۳-۱) داده شده است و ماتریس Y_{bus} را در بخش (۳-۹) برای آن تشکیل داده ایم. اطلاعات شین‌ها برای این سیستم نیز در جدول (۴-۱) داده شده است.

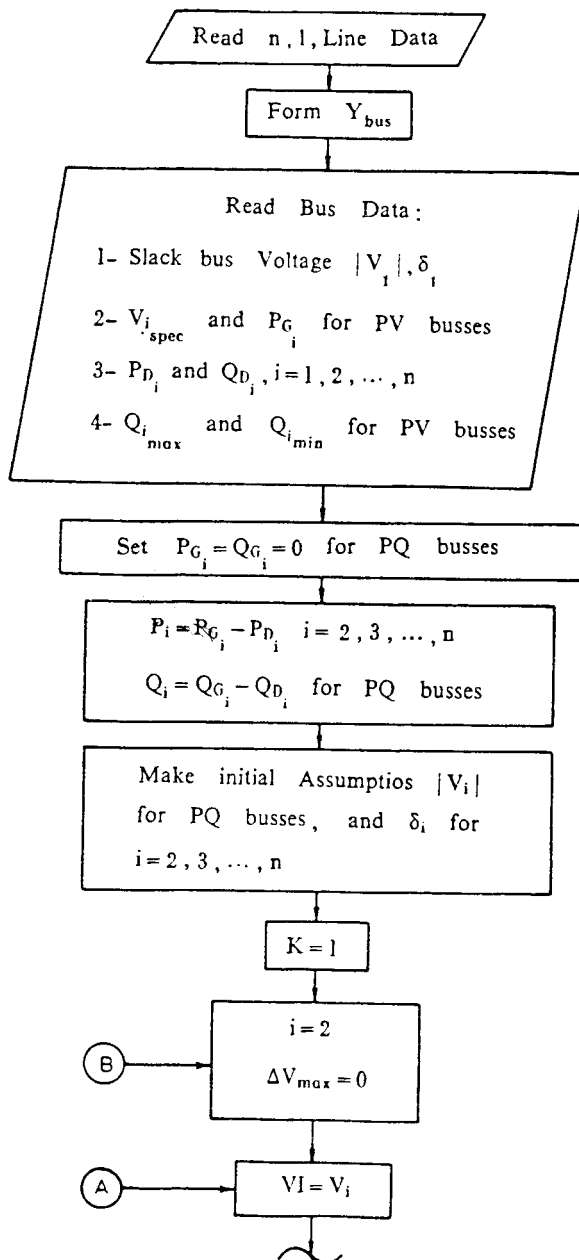
جدول ۴-۱: اطلاعات شین‌ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۴)

Bus	V (PU)	Generation		Load		نوع شین
		Mw	Mvar	MW	Mvar	
۱	$1/0.2 \angle 0^\circ$	۸۰	۳۰	اصلی
۲	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۳۰	بار
۳	... $\angle \dots$	۰	۰	۷۰	۴۵	بار
۴	$1/0.5 \angle \dots$	۲۵۰	...	۱۱۰	۶۵	کنترل شده
۵	... $\angle \dots$	۰	۰	۵۵	۲۰	بار
۶	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۱۳	بار

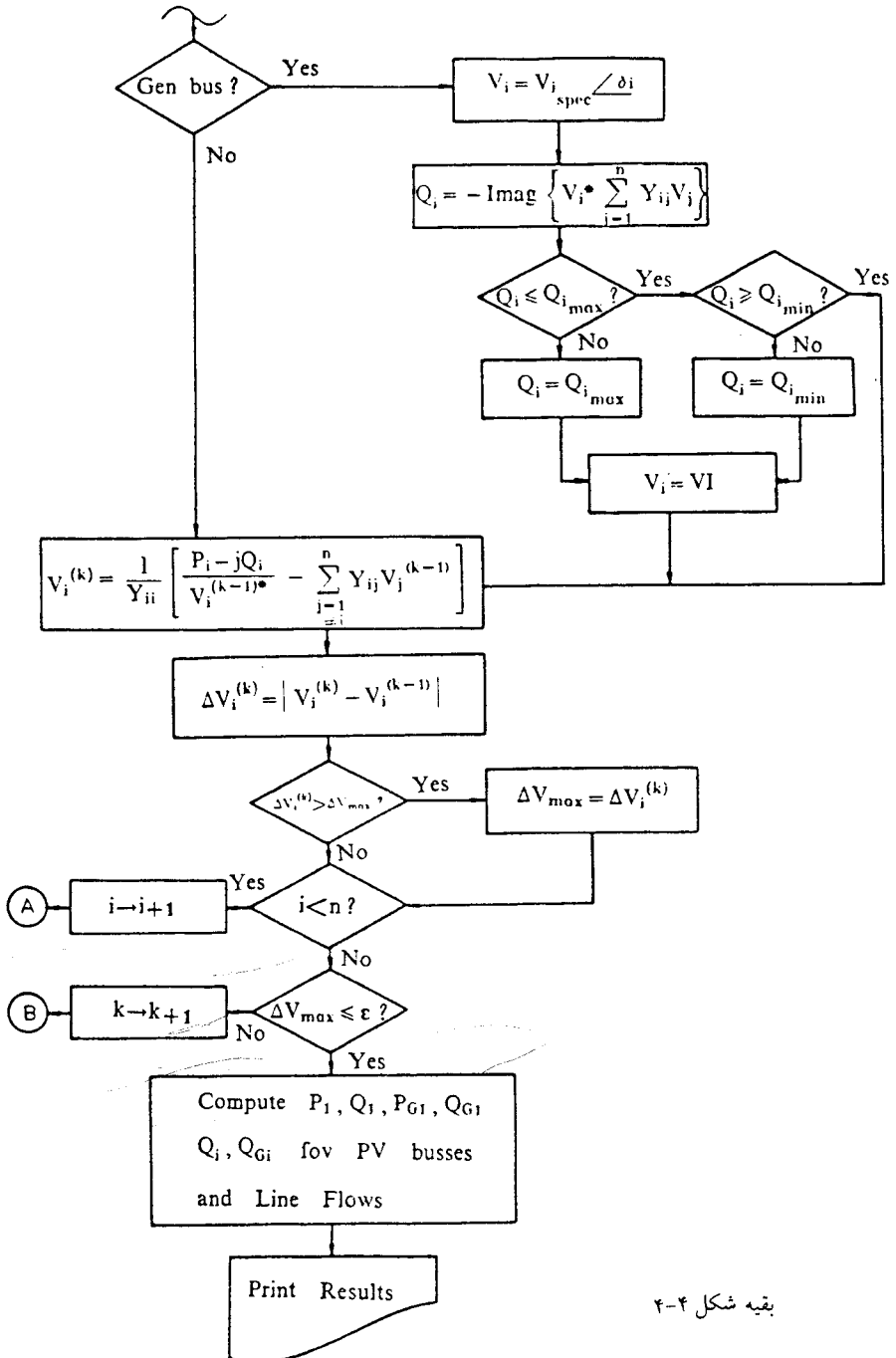
در جدول (۴-۱) کمیت‌های مجهول با سه نقطه (...) نشان داده شده‌اند. اگر $170/4 \text{ Mvar} \leq Q_{Gr} \leq 100 \text{ Mvar}$ باشد، ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.



شکل ۴-۳: دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مربوط به مثال (۴-۱)



شکل ۴-۴: فلوچارت حل مسئله پخش بار از روش گوس - سایدل



حلّ: ابتدا حدس‌های اولیه را برای ولتاژهای V_r و V_r و ... و V_e انتخاب می‌کنیم:

$$V_1 = 1/0.2 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = V_r = V_o = V_e = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/0.5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

محاسبه را از شین ۲ که شین بار است شروع می‌کنیم:

$$P_r = P_{Gr} - P_{Dr} = (0 - 60) \frac{1}{100} = -0.6 \text{ PU}$$

$$Q_r = Q_{Gr} - Q_{Dr} = (0 - 30) \frac{1}{100} = -0.3 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[\frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{r1} V_1 + Y_{rr} V_r + Y_{re} V_e) \right] \\ &= \frac{1}{10/328 \angle -80.08^\circ} \left\{ \frac{-0.6 + j0.3}{1 \angle 0^\circ} - [1/0.2 \angle 0^\circ (-0.764 + j3/0.56) \right. \\ &\quad \left. + 1 \angle 0^\circ (-0.551 + j3/874) + 1 \angle 0^\circ (-0.464 + j3/29)] \right\} \\ &= 0.9733 \angle -3/0.97^\circ \text{ PU} \end{aligned}$$

حال V_r را محاسبه می‌کنیم. در محاسبه V_r از V_r بدست آمده استفاده می‌کنیم:

$$P_r = -0.7 \text{ PU}$$

$$Q_r = -0.45 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[\frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{rr} V_r + Y_{rf} V_f) \right] \\
 &= \frac{1}{1.0/323 \angle -80.08^\circ} \left\{ \frac{-0.7 + j0.45}{1 \angle 0^\circ} - \left[(3/913 \angle 98/1^\circ \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times 0.9733 \angle -3/0.97^\circ \right) + (6/428 \angle 98/13^\circ \times 1/0.5 \angle 0^\circ) \right] \right\} \\
 &= 0.9729 \angle -4/78^\circ \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

شین ۴ شین کنترل شده است، لذا ابتدا Q_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q_r &= -\text{Imag} \left\{ V_r^* (Y_{rr} V_r + Y_{rf} V_f + Y_{rd} V_d + Y_{re} V_e) \right\} \\
 &= -\text{Imag} \left\{ 1/0.5 \angle 0^\circ \left[(6/428 \angle 98/13^\circ \times 0.9729 \angle -4/78^\circ) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (21/0.52 \angle -80/93^\circ \times 1/0.5 \angle 0^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \times 1) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} = 1/188 \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

$$Q_{r\max} = 170/4 - 65 = 105/4 \text{ Mvar} = 1/0.54 \text{ PU}$$

Q_r بدست آمده از $Q_{r\max}$ بیشتر است، لذا مقدار Q_r را در $Q_{r\max}$ تنظیم می‌کنیم و ولتاژ V_r را از آن بدست می‌آوریم:

$$Q_r = 1/0.54 \text{ PU}$$

$$P_r = (250 - 110) \times \frac{1}{100} = 1/4 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[\frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{rr} V_r + Y_{r\delta} V_\delta + Y_{r\epsilon} V_\epsilon) \right] \\
 &= \frac{1}{21/0.52 \angle -80/93^\circ} \left\{ \frac{-1/4 + j1/0.54}{1/0.5 \angle 0^\circ} - \left[(6/428 \angle 98/13^\circ \right. \right. \\
 &\quad \times 0/9729 \angle -4/78^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \times 1) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1) \left. \right] \left. \right\} \\
 &= 1/0.491 \angle 1/65^\circ \text{ PU}
 \end{aligned}$$

چون Q_r را برابر $Q_{r_{max}}$ قرار داده‌ایم، شین شماره ۴ در این تکرار شین کنترل شده نبوده و V_r بدست آمده را برای آن می‌پذیریم. حال به محاسبه ولتاژ شین ۵ می‌پردازیم:

$$\begin{aligned}
 V_\delta &= \frac{1}{Y_{\delta\delta}} \left[\frac{P_\delta - jQ_\delta}{V_\delta^*} - (Y_{\delta r} V_r + Y_{\delta\epsilon} V_\epsilon) \right] \\
 &= \frac{1}{8/455 \angle -78/6^\circ} \left\{ \frac{-0/55 + j0/2}{1 \angle 0^\circ} - \left[(4/982 \angle 99/46^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (3/515 \angle 104/0.4^\circ \times 1 \angle 0^\circ) \right] \right\} \\
 &= 0/9982 \angle -2/47^\circ \text{ PU}
 \end{aligned}$$

شین ۶ نیز شین بار می‌باشد و ولتاژ آنرا بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 V_\epsilon &= \frac{1}{Y_{\epsilon\epsilon}} \left[\frac{P_\epsilon - jQ_\epsilon}{V_\epsilon^*} - (Y_{\epsilon 1} V_1 + Y_{\epsilon r} V_r + Y_{\epsilon\delta} V_\delta + Y_{\epsilon\delta} V_\delta) \right] \\
 &= \frac{1}{20/452 \angle -79/0.9^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j0/13}{1 \angle 0^\circ} - \left[(4/011 \angle 103/93^\circ \times 1/0.2 \angle 0^\circ) \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$+ (3/323 \angle 98/0.2^\circ \times 0/973 \angle -3/0.97^\circ) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ) \\ + (3/515 \angle 104/0.4^\circ \times 0/9982 \angle -2/47^\circ) \Big] \Big\} = 1/133 \angle -1/69^\circ \quad \text{PU}$$

در اینجا تکرار اول خاتمه یافته است و در پایان این تکرار V_1 تا V_6 بترتیب زیر محاسبه شده‌اند:

$$V_1 = 1/0.2 \angle 0^\circ \quad \text{PU}$$

$$V_2 = 0/9733 \angle -3/0.97^\circ \quad \text{PU}$$

$$V_3 = 0/929 \angle -4/78^\circ \quad \text{PU}$$

$$V_4 = 1/0.491 \angle 1/65^\circ \quad \text{PU}$$

$$V_5 = 0/9982 \angle -2/47^\circ \quad \text{PU}$$

$$V_6 = 1/0.133 \angle -1/69^\circ \quad \text{PU}$$

برای نمونه اختلاف ولتاژ محاسبه شده در تکرار اول را با حدس اولیه برای یکی از شین‌ها بدست می‌آوریم:

$$\Delta V_2 = |0/9733 \angle -3/0.97^\circ - 1 \angle 0^\circ| = 0/0596 \quad \text{PU}$$

این مقدار از $\varepsilon = 10^{-4}$ بزرگتر می‌باشد و لذا باید محاسبه را برای تکرار دوم ادامه دهیم. محاسبات تکرار دوم را مجدداً از V_2 شروع می‌کنیم:

$$V_2 = \frac{1}{10/328 \angle -80/0.8^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j0/3}{0/9733 \angle 3/0.97^\circ} - \left[(3/15 \angle 104/0.4^\circ \right. \right. \\ \left. \left. \times 1/0.2 \angle 0^\circ) + (3/913 \angle 98/1^\circ \times 0/9729 \angle -4/78^\circ) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + (3/323 \angle 98/0.2^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ)] \} \\
 V_r &= 0.9637 \angle -5/47^\circ \quad \text{PU} \\
 V_r &= \frac{1}{10/323 \angle -81/87^\circ} \left\{ \frac{-0.7 + j0.45}{0.9729 \angle 4/78^\circ} - [(3/913 \angle 98/1^\circ \right. \\
 & \quad \times 0.9637 \angle -5/47^\circ) + (6/428 \angle 98/13^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ)] \} \\
 &= 0.9602 \angle -4/43^\circ \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

محاسبه V_r را با تعیین Q_r شروع می‌کنیم، در محاسبه Q_r باید دقت نمود که از $|V_r| = V_{r\text{spec}} = 1/0.5 \text{PU}$ استفاده کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q_r &= -\text{Imag} \left\{ 1/0.5 \angle -1/65^\circ \left[(6/428 \angle 98/13^\circ \times 0.9602 \angle -4/43^\circ) \right. \right. \\
 & \quad + (21/0.52 \angle -80/93^\circ \times 1/0.5 \angle 1/65^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \\
 & \quad \times 0.9982 \angle -2/47^\circ) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ)] \} \\
 &= 1/0.13 \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

چون Q_r بدست آمده در محدوده قابل قبول است، لذا در این تکرار شین ۴ یک شین کنترل شده است. $|V_r| = 1/0.5 \text{PU}$ بوده و ولتاژ V_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{21/0.52 \angle -80/93^\circ} \left\{ \frac{1/4 + j1/0.13}{1/0.5 \angle -1/65^\circ} - [(6/428 \angle 98/13^\circ \right. \\
 & \quad \times 0.9602 \angle -4/43^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \times 0.9982 \angle -2/47^\circ) \\
 & \quad \left. + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ)] \right\}
 \end{aligned}$$

$$= 1/0.461 \angle 0.57^\circ \quad \text{PU}$$

V_5 و V_6 را نیز محاسبه میکنیم تا تکرار دوم خاتمه یابد. عملیات را بهمین ترتیب ادامه می‌دهیم تا پس از تکرارهای کافی به نتیجه مطلوب برسیم.

برای نشان دادن یک نمونه از خروجی کامپیوتری پخش بار، مطابق جدول (۴-۲) اطلاعات شین‌ها^(۱) را برای سیستم قدرت شکل (۴-۴) در نظر می‌گیریم.

جدول ۴-۲: اطلاعات شین‌ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۴)

Bus	V	Generation		Load	
		MW	Mvar	MW	Mvar
۱	$1/0.5 \angle 0^\circ$	۸۰	۳۰
۲	... $\angle \dots$	۰	۰	۷۵	۲۳
۳	... $\angle \dots$	۰	۰	۵۰	۱۵
۴	$1/0.4 \angle \dots$	۲۳۰	...	۶۰	۲۵
۵	... $\angle \dots$	۰	۰	۹۰	۶۰
۶	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۳۰

جدول (۴-۳) نتیجه پخش بار سیستم فوق‌الذکر را برای این داده‌ها، که توسط کامپیوتر دیجیتال محاسبه شده‌است نشان می‌دهد. در این مسأله همگرایی پس از ۵۲ تکرار حاصل شده‌است. در این جدول، ستون اول شماره شین، ستون دوم دامنه ولتاژ و ستون سوم زاویه ولتاژ هر شین را نشان می‌دهد. همچنین ستون‌های چهارم و پنجم قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی شین‌ها بوده و ستون‌های ششم و هفتم قدرت‌های اکتیو و راکتیو بار شین‌ها می‌باشند. معمولاً در خروجی کامپیوتری پخش بار، قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری بین شین‌ها نیز نشان داده می‌شوند. ستون هشتم نشان دهنده شماره شین‌هایی است که از طریق خطوط انتقال و یا ترانسفورماتورها به هر یک از شین‌های ستون اول متصل هستند و ستون‌های نهم و دهم قدرت اکتیو و راکتیو جاری از هر یک از شین‌های ستون اول بطرف هر یک از شین‌های ستون هشتم می‌باشند.

با توجه به ولتاژهای بدست آمده ملاحظه می شود که ولتاژ شین ۵ برابر $|V_5| = 0.921 \text{ PU}$ از حداقل ولتاژ قابل قبول (0.95 PU) کمتر است. برای ترمیم ولتاژ این شین به مقدار قابل قبول $|V_5| = 0.95 \text{ PU}$ می توان از یک جبران کننده^(۲) استفاده نمود. در اینجا نصب خازن موازی در شین ۵ می تواند ولتاژ این شین را بالا ببرد، ضمن اینکه بر ولتاژ شین های دیگر نیز تأثیر خواهد گذاشت. برای تعیین قدرت خازنی که بتواند ولتاژ این شین را از 0.921 PU به 0.95 PU برساند، در محاسبه پخش بار، شین ۵ را یک شین کنترل شده (PV) با مقادیر معلوم $V_{\text{dspe}} = 0.95 \text{ PU}$ و $P_{G5} = 5$ در نظر می گیریم. نتیجه پخش بار با این داده ها در جدول (۴-۴) نشان داده شده است.

همانطوریکه در جدول (۴-۴) مشاهده می شود، قدرت راکتیو تولیدی شین ۵ مقدار 19.71 MVar بدست آمده است و این همان قدرت راکتیو خازن نصب شده می باشد. بدین معنی که نصب خازنی با قدرت 19.71 MVar می تواند ولتاژ شین ۵ را به 0.95 PU برساند. مقایسه این جدول با جدول (۴-۳) نشان می دهد که ولتاژ همه شین ها با نصب این خازن افزایش یافته است و بیشترین تأثیر افزایش ولتاژ در شین ۵ (محل نصب خازن) دیده می شود.

جدول ۳-۴: نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۴) برای داده‌های جدول (۴-۲)

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD	LINE FLOW	
			MW	MVAR		MW	MVAR
1	1.05	0	193.99	58.53	80	58.41	13.85
						55.58	11.68
2	.97	-9.421	0	0	75	-55.82	-9.63
						-4.55	-8.81
						-14.63	-4.56
3	.992	-8.902	0	0	50	4.58	6.92
						-54.58	-21.92
4	1.04	-4.489	230	147.69	60	55.34	25.73
						64.55	53.95
						50.11	43.01
5	.921	-11.063	0	0	90	-62.35	-42.71
						-27.64	-17.29
6	.989	-6.918	0	0	60	-53.77	-9.13
						14.73	1.13
						-49.41	-10.87
						28.45	15.87

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

جدول ۴-۴: نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۴) برای داده های جدول (۲-۴) با نصب خازن

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD		TO LINE FLOW	
			MW	MVAR	MW	MVAR	Bus	MW
1	1.05	0	191.17	55.51	80	30	2	58.12
							6	95.06
								12.11
2	.972	-9.379	0	0	75	23	1	-55.57
							2	-1.59
							6	-14.83
								-9.61
3	.993	-8.911	0	0	50	15	2	1.62
							1	-51.62
								-21.28
4	1.04	-1.121	230	126.1	60	25	3	95.38
							5	61.65
							6	19.98
								52.16
5	.95	-11.099	0	19.71	90	60	1	-62.89
							6	-27.11
								-30.22
								-10.07
6	.995	-6.885	0	0	60	30	1	-53.31
							2	11.91
							1	-19.35
							5	27.72
								7.68

۹-۴ روش نیوتون - رافسون^(۱)

یکی دیگر از روش‌های مبتنی بر تکرار برای حل معادلات جبری غیرخطی، روش نیوتون - رافسون NR می‌باشد. برای استفاده از روش NR در حل مسأله پخش بار راه‌های گوناگونی وجود دارد که در این بخش به بررسی متداول‌ترین آنها می‌پردازیم.

ابتدا باید معادلات غیرخطی پخش بار را برحسب متغیرهای مربوطه بدست آوریم. تعداد معادلات باید با تعداد متغیرها برابر باشد. اگر n تعداد شین‌های سیستم قدرت و m تعداد شین‌های کنترل شده (شامل شین اصلی) باشند، شین اصلی را با شماره ۱، شین‌های کنترل شده را با شماره‌های ۲ و ۳ و ... و m و شین‌های بار را با شماره‌های $m+1$ ، $m+2$ ، \dots ، n ، نشان می‌دهیم.

همانطوریکه قبلاً دیده‌ایم در هر شین i بجز شین اصلی، قدرت اکتیو معلوم است که آنرا قدرت برنامه‌ریزی شده P_i^{sch} (۲) می‌نامیم. در شین‌های بار نیز قدرت راکتیو معلوم است که آنرا قدرت راکتیو برنامه‌ریزی شده Q_i^{sch} (۳) می‌نامیم. بنابر این کمیت‌های زیر در سیستم قدرت معلوم هستند که تعداد آنها $2n - m - 1$ می‌باشد:

$$P_1^{sch}, P_2^{sch}, \dots, P_n^{sch}$$

$$Q_{m+1}^{sch}, Q_{m+2}^{sch}, \dots, Q_n^{sch}$$

کمیت‌های مجهول در مسأله پخش بار در این روش عبارتند از:

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$$

$$|V_{m+1}|, |V_{m+2}|, \dots, |V_n|$$

که تعداد آنها نیز $2n - m - 1$ می‌باشد. بنابر این باید $2n - m - 1$ معادله برحسب مجهولات فوق بدست آورد. این معادلات در حقیقت روابط قدرت‌های اکتیو و راکتیو شین‌ها برحسب دامنه ولتاژ شین‌ها می‌باشند. معادلات (۸-۴) و (۹-۴) را در اینجا یادآوری می‌کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-36)$$

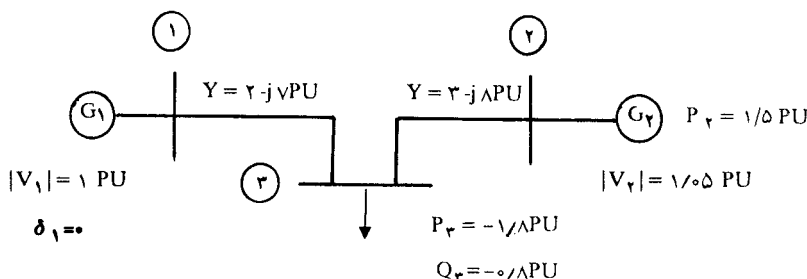
$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-37)$$

مقادیر $|Y_{ij}|$ و Φ_{ij} از ماتریس Y_{bus} معلوم می‌باشند. اگر در هر تکرار برحسب مقادیر حدس‌های اولیه و یا آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها، قدرت‌های P_i و Q_i را از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) بدست آوریم، در صورتی همگرایی حاصل می‌شود که این مقادیر محاسبه شده با مقادیر برنامه ریزی شده P_i^{sch} و Q_i^{sch} برای هر شین برابر باشند. بنابر این معادلات نهائی برای استفاده از روش نیوتون - رافسون بشرح زیر می‌باشند:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i = 0 \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-38)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i = 0 \quad i = m+1, m+2, \dots, n \quad (4-39)$$

که در آنها P_i و Q_i قدرتهای محاسبه شده هستند که از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) بدست می‌آیند. تعداد معادلات (۴-۳۸) و (۴-۳۹) نیز جمعاً $2n - m - 1$ می‌باشد. قبل از بررسی و حل این معادلات، موضوع را برای یک سیستم قدرت با سه شین مورد بررسی قرار می‌دهیم. سیستم قدرت شکل (۴-۵) را در نظر بگیرید. شین ۱ اصلی، شین ۲ کنترل شده و شین ۳ یک شین بار است.



شکل ۴-۵: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت برای مطالعه روش NR

در این سیستم قدرت داریم:

$$P_V^{sch} = 1/5 \text{ PU}$$

$$P_R^{sch} = -1/8 \text{ PU}$$

$$Q_R^{sch} = -0/8 \text{ PU}$$

کمیت‌های فوق‌الذکر مقادیر معلوم هستند و تعداد آنها $3 = 1 - 2 - 6 = n - m - 1$ می‌باشد. کمیت‌های مجهول به همین تعداد عبارتند از:

$$\delta_2, \delta_3, |V_3|$$

ولتاژ شین‌های ۱ و ۲ و ۳ با توجه به این مقادیر بشرح زیر هستند:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_2 = 1/0.5 \angle \delta_2 \text{ PU}$$

$$V_3 = |V_3| \angle \delta_3 \text{ PU}$$

ابتدا عناصر ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{11} = 2 - j7 = 7/28 \angle -74/05^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{22} = 3 - j8 = 8/544 \angle -69/44^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{33} = 5 - j15 = 15/81 \angle -71/57^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = 0$$

$$Y_{1r} = Y_{r1} = -2 + j7 = 7/28 \angle 105/95^\circ \quad \text{PU}$$

$$Y_{2r} = Y_{r2} = -3 + j8 = 8/544 \angle 110/56^\circ \quad \text{PU}$$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) و استفاده از معادلات (۴-۳۸) و (۴-۳۹) خواهیم داشت:

$$\Delta P_r = 1/5 - [2/31 - 3/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 8/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r)]$$

$$\Delta P_r = -1/8 - [-2 |V_r| \cos\delta_r + 7 |V_r| \sin\delta_r - 3/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 8/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) + 5 |V_r|^2] = 0$$

$$\Delta Q_r = -0/8 - [7 |V_r| \cos\delta_r + 2 |V_r| \sin\delta_r + 8/4 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 3/15 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) - 5 |V_r|^2] = 0$$

این سه معادله، معادلات پخش بار برحسب سه متغیر δ_r , δ_r , $|V_r|$ هستند که باید از روش نیوتون-رافسون حل شوند.

تا اینجا روش تشکیل معادلات برای استفاده از روش NR را بررسی کرده ایم. قدم بعدی، بررسی روش حل این معادلات است. در سیستم قدرت سه شینه مذکور قدرت های P_r و P_r و Q_r تابعی از δ_r , δ_r , $|V_r|$ هستند که این تابعیت را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$P_r = P_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

$$P_r = P_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

$$Q_r = Q_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

دیفرانسیل این سه تابع را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta Q_r = \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

این معادلات را بصورت ماتریس بیان می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & |V_r| \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

ماتریس مشتقات جزئی در معادله اخیر، به ماتریس جاکوبین^(۱) معروف است. در هر تکرار می‌توان P_r و P_r و Q_r را برحسب حدس‌های اولیه و با آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها بدست آورد. سپس با معلوم بودن P_r^{sch} و P_r^{sch} و Q_r^{sch} مقادیر ΔP_r و ΔP_r و ΔQ_r بشرح زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{sch} - Q_r$$

بنابر این بردار $\begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix}$ در معادله (۴-۴۰) معلوم می‌باشد. چنانچه بتوانیم عناصر ماتریس

جاکوبین را در این تکرار محاسبه کنیم و در معادله (۴-۴۰) قرار دهیم، کمیت‌های $\Delta\delta_3$ و $\Delta\delta_2$ بدست خواهند آمد $\frac{\Delta|V_3|}{|V_3|}$ بدست خواهیم داد).

اگر در تکرار شماره K ، آخرین مقادیر موجود $\delta_2(K)$ و $\delta_3(K)$ و $|V_3|(K)$ بوده و مقادیر $\Delta\delta_3$ و $\Delta\delta_2$ و $\Delta|V_3|$ را در این تکرار بدست آوریم، مقادیر جدید δ_2 و δ_3 و $|V_3|$ به این ترتیب تعیین می‌شوند:

$$\delta_2(K+1) = \delta_2(K) + \Delta\delta_2$$

$$\delta_3(K+1) = \delta_3(K) + \Delta\delta_3$$

$$|V_3|(K+1) = |V_3|(K) + \Delta|V_3|$$

به این ترتیب مقادیر جدیدی برای کمیت‌های مجهول بدست آمده و یک تکرار خاتمه یافته است. در یک سیستم قدرت با n شین، که تعداد شین‌های دارای ژنراتور (بأنضمام شین اصلی) برابر m می‌باشد، معادله (۴-۴۰) بصورت معادله (۴-۴۱) نوشته می‌شود.

برای سهولت محاسبات، هریک از مشتق‌ها را به این ترتیب نشان می‌دهیم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad i, j = 2, 3, \dots, n$$

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad \begin{aligned} i &= 2, 3, \dots, n \\ j &= m+1, m+2, \dots, n \end{aligned}$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \quad \begin{aligned} i &= m+1, m+2, \dots, n \\ j &= 2, 3, \dots, n \end{aligned}$$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad i, j = m+1, m+2, \dots, n$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial V_{m+1}} & \dots & |V_n| \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial V_{m+1}} & \dots & |V_n| \frac{\partial P_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_{m+1}} & \dots & |V_n| \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 & \Delta \delta_3 & \dots & \Delta \delta_n \\ \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_{m+1}|} & \vdots & \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 & \Delta P_3 & \vdots & \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_{m+1} & \vdots & \Delta Q_n \end{bmatrix}$$

(१-११)

با توجه به این روابط، معادله (۴-۴۱) به صورت معادله (۴-۴۲) بیان می‌شود. شکل خلاصه‌تر این معادله عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

در ماتریس جاکوبین $\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$ که ابعاد آن $(2n - m - 1)(2n - m - 1)$ می‌باشد، ابعاد هر یک از ماتریس‌های H, J, N, L بشرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} H & (n-1)(n-1) \\ N & (n-1)(n-m) \\ J & (n-m)(n-1) \\ L & (n-m)(n-m) \end{aligned}$$

رابطه اخیر برای سیستم قدرت سه شینه شکل ۴-۵ به این صورت بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{22} & J_{23} & L_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_3|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$H_{\tau\tau}$	$H_{\tau\tau}$	$\dots H_{\tau m}$	$H_{\tau(m+1)}$	$\dots H_{\tau n}$	$N_{\tau(m+1)}$	$\dots N_{\tau n}$	$\Delta\delta_{\tau}$	ΔP_{τ}
$H_{\tau\tau}$	$H_{\tau\tau}$	$\dots H_{\tau m}$	$H_{\tau(m+1)}$	$\dots H_{\tau n}$	$N_{\tau(m+1)}$	$\dots N_{\tau n}$	$\Delta\delta_{\tau}$	ΔP_{τ}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
$H_{m\tau}$	$H_{m\tau}$	$\dots H_{mm}$	$H_{m(m+1)}$	$\dots H_{mn}$	$N_{m(m+1)}$	$\dots N_{mn}$	$\Delta\delta_m$	ΔP_m
$H_{(m+1)\tau}$	$H_{(m+1)\tau}$	$\dots H_{(m+1)m}$	$H_{(m+1)(m+1)}$	$\dots H_{(m+1)n}$	$N_{(m+1)(m+1)}$	$\dots N_{(m+1)n}$	$\Delta\delta_{m+1}$	ΔP_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\Delta\delta_{m+1}$	ΔP_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
$H_{n\tau}$	$H_{n\tau}$	H_{nn}	$H_{n(m+1)}$	$\dots H_{nn}$	$N_{n(m+1)}$	$\dots N_{nn}$	$\Delta\delta_n$	ΔP_n
$J_{(m+1)\tau}$	$J_{(m+1)\tau}$	$J_{(m+1)m}$	$J_{(m+1)(m+1)}$	$\dots J_{(m+1)n}$	$L_{(m+1)(m+1)}$	$\dots L_{(m+1)n}$	$\frac{\Delta V_{m+1} }{ V_{m+1} }$	ΔQ_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\frac{\Delta V_n }{ V_n }$	ΔQ_n
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
$J_{n\tau}$	$J_{n\tau}$	$\dots J_{nm}$	$J_{n(m+1)}$	$\dots J_{nn}$	$L_{n(m+1)}$	$\dots L_{nn}$	$\frac{\Delta V_n }{ V_n }$	ΔQ_n

۱-۹-۴ تعیین عناصر ماتریس جاکوبین

برای محاسبه مشتقات جزئی در ماتریس جاکوبین از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) مطابق زیر استفاده می‌کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-43)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-44)$$

مشتق P_i بر حسب δ_i برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - |V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

با استفاده از معادله (۴-۴۴) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - [Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(-\phi_{ii})]$$

و بنابراین:

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-45)$$

در اینجا B_{ii} قسمت موهومی عنصر Y_{ii} در ماتریس Y_{bus} می‌باشد.

مشتق P_i بر حسب δ_j ، $j \neq i$ ، این چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| [\sin(\delta_i - \delta_j) \cos \phi_{ij} - \cos(\delta_i - \delta_j) \sin \phi_{ij}] \end{aligned}$$

پس از بسط دادن جملات مثلثاتی فوق و یک سری عملیات داریم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = a_{ij} f_i - b_{ij} c_i \quad j \neq i \quad (4-46)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} از روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$a_{ij} = G_{ij} c_j - B_{ij} f_j$$

$$b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} c_j$$

در این روابط G_{ij} و B_{ij} بترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی عنصر Y_{ij} از ماتریس Y_{bus} ، و c_j و f_j نیز بترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی V_j هستند:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \underline{\phi_{ij}} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$V_j = |V_j| \angle \underline{\delta_j} = c_j + jf_j$$

مشتقات جزئی Q_i برحسب δ_i و δ_j نیز به روش مشابه و بشرح زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = - |V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$= P_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \phi_{ii}$$

$$J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (4-47)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - a_{ij} c_i - b_{ij} f_i \quad j \neq i \quad (4-48)$$

حال مشتقات توان‌های اکتیو و راکتیو را برحسب دامنه ولتاژها بدست می‌آوریم. مشتق P_i برحسب $|V_i|$ برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = - |V_i| |Y_{ij}| \cos \phi_{ij} + \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

طرفین این رابطه را در $|V_i|$ ضرب می‌کنیم:

$$|V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = - |V_i|^2 G_{ii} + |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

و از آنجا:

$$N_{ii} = |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (4-49)$$

حال مشتق P_i را بر حسب $|V_j|$ ، $j \neq i$ ، بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad j \neq i$$

طرفین این رابطه را در $|V_j|$ ضرب می‌کنیم:

$$|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$N_{ij} = |V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} c_i + b_{ij} f_i \quad j \neq i \quad (4-50)$$

عناصر L_{ii} و L_{ij} نیز بهمین ترتیب محاسبه می‌شوند:

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-51)$$

$$L_{ij} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} f_i - b_{ij} c_i \quad j \neq i \quad (4-52)$$

۲-۹-۴ مراحل حل مسأله پخش بار از روش NR

تا اینجا کلیه روابط مورد نیاز را برای استفاده از روش نیوتون - رافسون در حل مسأله پخش بار بدست آورده‌ایم. با توجه به این روابط، مراحل حل مسأله پخش بار بصورت زیر خواهد بود:

۱- با داشتن اطلاعات خطوط، ماتریس Y_{bus} را تشکیل می‌دهیم. این ماتریس و عناصر آن در طول محاسبه پخش بار ثابت می‌باشد. با تشکیل Y_{bus} کلیه مقادیر G_{ij} و B_{ij} بشرح زیر تعیین می‌گردند:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

۲- برای V_1, V_2, \dots, V_n مقادیر مناسبی تخمین می‌زنیم. در اینصورت داریم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

۳- مقادیر a_{ij} و b_{ij} را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_{ij} = G_{ij} e_j - B_{ij} f_j \\ b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} e_j \end{cases} \begin{cases} i = 2, 3, \dots, n \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \end{cases}$$

۴- قدرت‌های P_i و Q_i را بدست می‌آوریم:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad i=2,3,\dots,n$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^n b_{ij}$$

۵- با توجه به مقادیر معلوم P_i^{sch} و Q_i^{sch} مقادیر ΔP_i و ΔQ_i را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i \quad i = m+1, \dots, n$$

۶- برای حصول همگرایی باید ΔP_i و ΔQ_i تقریباً برابر صفر گردند، لذا صحت روابط زیر را آزمایش می‌کنیم:

$$|\Delta P_i| \leq \varepsilon \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$|\Delta Q_i| \leq \varepsilon \quad i = m+1, \dots, n$$

اگر این روابط صادق باشند ولتاژهای فعلی مورد قبول هستند و همگرایی حاصل شده است. در صورت عدم صحت روابط فوق، محاسبات را بشرح زیر ادامه می‌دهیم.

۷- ماتریس جاکوبین را با توجه به روابط (۴-۴۵) تا (۴-۵۲) تشکیل می‌دهیم. برای تعیین عناصر این ماتریس به کمیت‌های Q_i ، P_i ، a_{ij} و b_{ij} نیاز داریم که در مراحل ۳ و ۴ آنها را بدست آورده‌ایم.

۸- از رابطه زیر $\Delta\delta_2$ و $\Delta\delta_3$ و ... و $\Delta\delta_n$ و همچنین $\Delta |V_{m+1}|$ و ... و $\Delta |V_n|$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

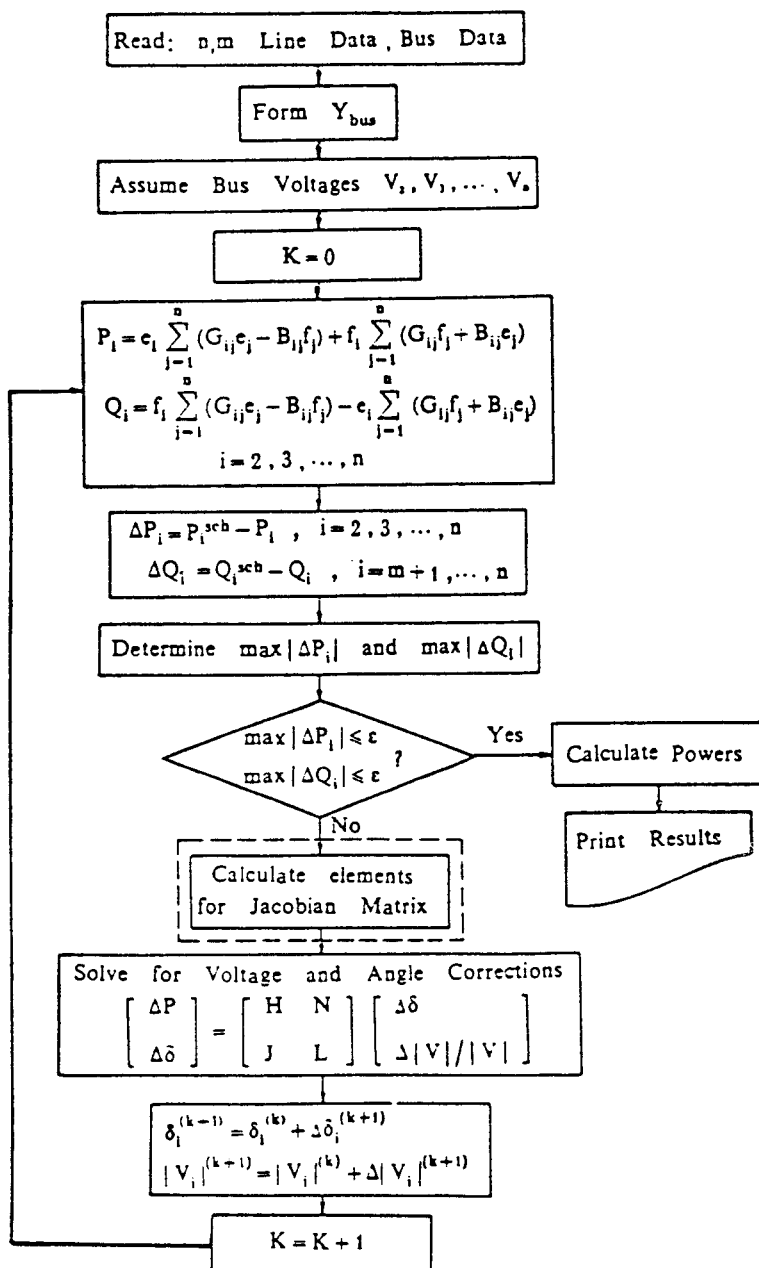
مقادیر ΔP ها و ΔQ ها که در این رابطه مورد نیاز هستند، از مرحله ۶ بدست آمده‌اند.

۹- مقادیر بعدی ولتاژها و زاویه آنها را از معادله زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k)} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \vdots \\ \Delta\delta_n \\ \hline \Delta |V_{m+1}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

به این ترتیب یک تکرار خاتمه یافته است و مقادیر جدیدی برای زاویه ولتاژ کلیه شین‌ها (بجز شین اصلی) و دامنه ولتاژ شین‌های بار بدست آمده است. حال برای آزمایش جواب‌های بدست آمده به مرحله ۳ برمی‌گردیم. همگرایی هنگامی حاصل می‌شود که در یکی از تکرارها

نامعادلات مرحله ۶ برقرار گردند. با توجه به مراحل فوق الذکر، فلوچارت حل مسأله پخش بار با استفاده از روش نیوتون - رافسون در شکل (۴-۶) رسم شده است.



شکل ۴-۶: فلوچارت حل مسأله پخش بار با استفاده از روش NR

۳-۹-۴ محاسبه ولتاژ در شین‌های کنترل شده

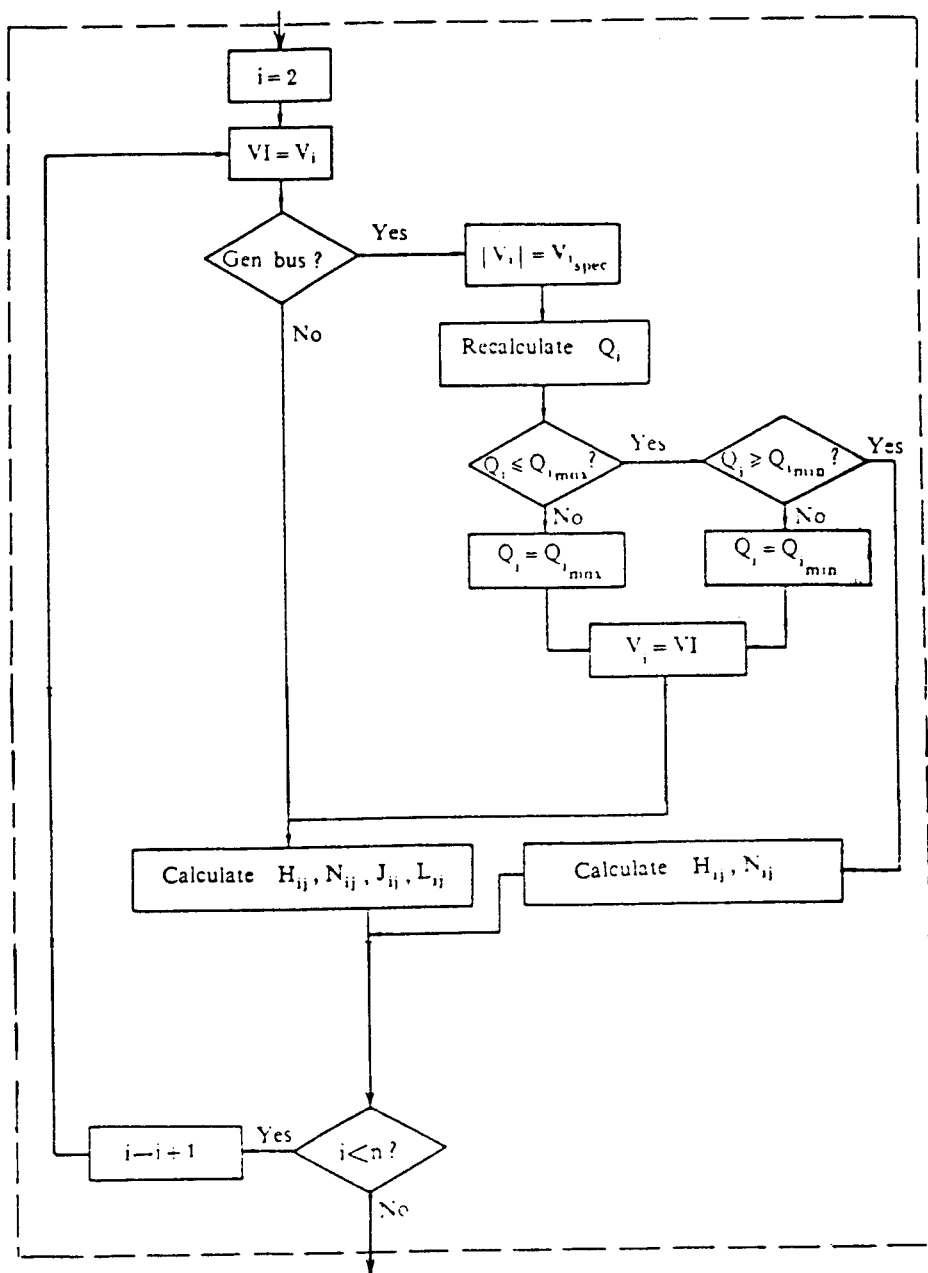
در استفاده از روش نیوتون - رافسون نیز باید محدودیت میزان توان راکتیو را در نظر گرفت. برای این منظور در مرحله ۷ محاسبات (تشکیل ماتریس جاکوبین)، ابتدا ولتاژ هر شین کنترل شده i را مساوی $V_{i\text{spec}}$ قرار می‌دهیم. سپس مجدداً Q_i را محاسبه می‌کنیم. آنگاه محدودیت زیر را آزمایش می‌کنیم:

$$Q_{i\min} \leq Q_i \leq Q_{i\max}$$

اگر Q_i در محدوده قابل قبول فوق قرار گیرد $|V_i|$ همان $V_{i\text{spec}}$ است و یک سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} و N_{ij} با استفاده از روابط مربوطه تشکیل می‌شود. در این حالت در محاسبات H_{ij} و N_{ij} باید از Q_i جدید و $V_{i\text{spec}}$ استفاده نمود.

اگر $Q_i > Q_{i\max}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i\max}$ قرار می‌دهیم، و اگر $Q_i < Q_{i\min}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i\min}$ قرار می‌دهیم. در اینصورت شین i در این تکرار کنترل شده نبوده و یک شین PQ (شین بار) است. لذا $|V_i|$ دیگر $V_{i\text{spec}}$ نیست بلکه همان $|V_i|$ محاسبه شده قبلی است. در این حالت برای این شین بار دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_{ij} ، L_{ij} را تشکیل می‌دهیم.

در مورد شین‌های بار محاسبه مجدد Q_i لازم نیست و به ازاء هر شین PQ دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_{ij} ، L_{ij} را تشکیل می‌دهیم. شکل (۴-۷) فلوچارت مراحل تشکیل جاکوبین را براساس مطالب ذکر شده نشان می‌دهد.



شکل ۷-۴: فلوچارت تشکیل ماتریس جاکوبین در روش NR

مثال ۴-۲: در شکل (۴-۵) در صورتیکه $0/95 \text{ PU} \leq Q_r \leq 0/5 \text{ PU}$ باشد، ولتاژ شین‌ها را از روش نیوتون - رافسون برای تکرار اول محاسبه کنید.

حل: ابتدا ماتریس Y_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} 2 - j7 & 0 & -2 + j7 \\ 0 & 3 - j8 & -3 + j8 \\ -2 + j7 & -3 + j8 & 5 - j15 \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

سپس برای ولتاژها مقادیر زیر را تخمین می‌زنیم:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \quad \text{PU}$$

$$V_r = 1/0.5 \angle 0^\circ = 1/0.5 + j0 \quad \text{PU}$$

$$V_r = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \quad \text{PU}$$

حال مقادیر a_{ij} و b_{ij} را برای $i = 1, 2, 3$ و $j = 1, 2, 3$ بدست می‌آوریم و محاسبه را برای تعیین P_r و Q_r و Q_r ادامه می‌دهیم:

$$a_{r1} = G_{r1} c_1 - B_{r1} f_1 = 0$$

$$a_{r2} = G_{r2} c_r - B_{r2} f_r = 3 \times 1/0.5 = 3/15$$

$$a_{r3} = G_{r3} c_r - B_{r3} f_r = -3 \times 1 = -3$$

$$a_{r1} = G_{r1} c_1 - B_{r1} f_1 = -2 \times 1 = -2$$

$$a_{r2} = G_{r2} c_r - B_{r2} f_r = -3 \times 1/0.5 = -3/15$$

$$a_{r3} = G_{r3} c_r - B_{r3} f_r = 5 \times 1 = 5$$

$$b_{r1} = G_{r1} f_1 + B_{r1} c_1 = 0$$

$$b_{r2} = G_{r2} f_2 + B_{r2} c_2 = -\Delta \times 1/0.5 = -\Delta/4$$

$$b_{r3} = G_{r3} f_3 + B_{r3} c_3 = \Delta \times 1 = \Delta$$

$$b_{r1} = G_{r1} f_1 + B_{r1} c_1 = \gamma \times 1 = \gamma$$

$$b_{r2} = G_{r2} f_2 + B_{r2} c_2 = \Delta \times 1/0.5 = \Delta/4$$

$$b_{r3} = G_{r3} f_3 + B_{r3} c_3 = -1.5 \times 1 = -1.5$$

$$\begin{aligned} P_r &= c_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = c_r(a_{r1} + a_{r2} + a_{r3}) \\ &= 1/0.5(0 + 3/1.5 - 3) = 0/1.5 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_r &= c_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = c_r(a_{r1} + a_{r2} + a_{r3}) \\ &= 1(-2 - 3/1.5 + 5) = -0/1.5 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_r &= f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - c_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -c_r(b_{r1} + b_{r2} + b_{r3}) \\ &= -1/0.5(0 - \Delta/4 + \Delta) = 0/4 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_r &= f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - c_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -c_r(b_{r1} + b_{r2} + b_{r3}) \\ &= -1(\gamma + \Delta/4 - 1.5) = -0/4 \text{ PU} \end{aligned}$$

Q_r محاسبه شده در محدوده قابل قبول است، لذا شین ۲ در این تکرار شین کنترل شده است. حال مقادیر ΔP_r ، ΔQ_r را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r = 1/5 - 0/1575 = 1/3425 \text{ PU}$$

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r = -1/8 - (-0/15) = -1/65 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{sch} - Q_r = -0/8 - (-0/4) = -0/4 \text{ PU}$$

ماتریس جاکوبین برای این سیستم در تکرار اول بشرح زیر است:

$$Jac = \left[\begin{array}{cc|c} H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ \hline J_{rr} & J_{rr} & N_{rr} \end{array} \right]$$

برای تعیین عناصر این ماتریس براساس روابط مربوطه داریم:

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = -0/42 - (1/05)^2 (-8) = 8/4$$

$$H_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} e_r = -8 \times 1/05 = -8/4$$

$$H_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} e_r = -8/4 \times 1 = -8/4$$

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = 0/4 - (1)(1)^2 (-15) = 15/4$$

$$J_{rr} = -a_{rr} e_r - b_{rr} f_r = -(-3/15) \times 1 = 3/15$$

$$J_{rr} = P_r - |V_r|^2 G_{rr} = -0/15 - (1)^2 5 = -5/15$$

$$N_{rr} = a_{rr} e_r + b_{rr} f_r = -3 \times 1/05 = -3/15$$

$$N_{rr} = P_r + |V_r|^2 G_{rr} = -0/15 + (1)^2 5 = 4/15$$

$$L_{rr} = Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = -0.4 - (1)^2 (-15) = 14.6$$

حال مقادیر $\Delta \delta_r$ ، $\Delta \delta_r$ و $\Delta |V_r|$ را با استفاده از معادله (۴-۴۰) محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 & -3/15 \\ -1/4 & 15/4 & 4/15 \\ 3/15 & -5/15 & 14/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3425 \\ -1/65 \\ -0.4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_r = 0.1079 \text{ rad} = 6.18^\circ$$

$$\Delta \delta_r = -0.0291 \text{ rad} = -1.67^\circ$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0.0609$$

$$\Delta |V_r| = -0.0609 |V_r| = -0.0609 \times 1 = -0.0609 \text{ PU}$$

و به این ترتیب مقادیر جدید زوایه و ولتاژها و دامنه و ولتاژها قابل محاسبه هستند:

$$\delta_r^{(1)} = \delta_r^{(0)} + \Delta \delta_r^{(1)} = 0 + 6.18^\circ = 6.18^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = \delta_r^{(0)} + \Delta \delta_r^{(1)} = 0 - 1.67^\circ = -1.67^\circ$$

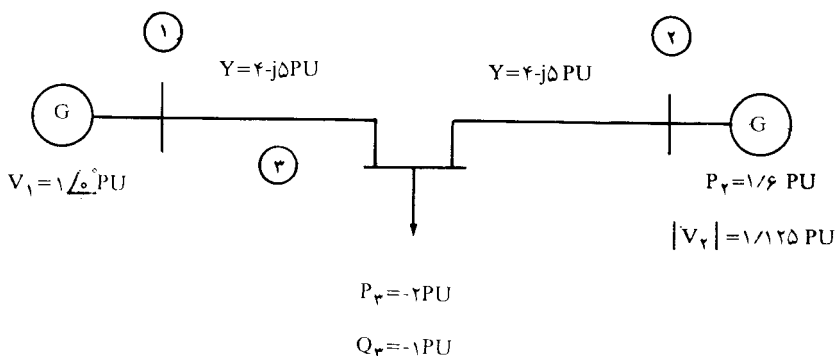
$$|V_r|^{(1)} = |V_r|^{(0)} + \Delta |V_r|^{(1)} = 1 - 0.0609 = 0.9391 \text{ PU}$$

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1.05 \angle 6.18^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 0.9391 \angle -1.67^\circ \text{ PU}$$

مثال ۳-۴: در سیستم قدرت شکل (۴-۸) در صورتیکه $1 \text{ PU} \leq Q_r \leq 0.7 \text{ PU}$ باشد ولتاژ شین‌ها را در تکرار اول محاسبه کنید.



شکل ۴-۸: مربوط به مثال (۴-۳)

حَل: ابتدا ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} 4 - j5 & 0 & -4 + j5 \\ 0 & 4 - j10 & -4 + j10 \\ -4 + j5 & -4 + j10 & 8 - j15 \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

سپس با تخمین ولتاژها، مقادیر a_{ij} و b_{ij} را بدست آورده و کمیت‌های P_i و Q_i را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{r1} = 0$$

$$a_{r2} = 4 \times 1/125 = 4/5$$

$$a_{rr} = -4 \times 1 = -4$$

$$a_{r1} = -4 \times 1 = -4$$

$$a_{r2} = -4 \times 1/125 = -4/5$$

$$a_{r3} = 8 \times 1 = 8$$

$$b_{r1} = 0$$

$$b_{r2} = -10 \times 1/125 = -11/25$$

$$b_{r3} = 10 \times 1 = 10$$

$$b_{r4} = 5 \times 1 = 5$$

$$b_{r5} = 10 \times 1/125 = 11/25$$

$$b_{r6} = -15 \times 1 = -15$$

$$P_r = 1/125 (0 + 4/5 - 4) = 0/5625 \text{ PU}$$

$$P_r = 1 (-4 - 4/5 + 8) = -0/5 \text{ PU}$$

$$Q_r = -1/125 (0 - 11/15 + 10) = 1/40625 \text{ PU}$$

$$Q_r = -1 (5 + 11/25 - 15) = -1/25 \text{ PU}$$

چون Q_r از $Q_{r_{\max}} = 1 \text{ PU}$ بزرگتر است لذا داریم:

$$Q_r^{\text{sch}} = 1 \text{ PU}$$

بنابر این شین ۲ در این تکرار کنترل شده نیست و شین بار می‌باشد و لذا دو سطر از ماتریس جاکوین مربوط به این شین می‌شود. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که ابعاد ماتریس جاکوین در این حالت (۴×۴) می‌باشد که آنرا بشرح زیر نشان می‌دهیم:

$$Jac = \left[\begin{array}{cc|cc} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ \hline J_{22} & J_{23} & L_{22} & L_{23} \\ J_{32} & J_{33} & L_{32} & L_{33} \end{array} \right]$$

برای محاسبه عناصر این ماتریس با توجه به روابط (۴-۴۵) تا (۴-۵۲) داریم:

$$H_{22} = -Q_2 - |V_2|^T B_{22} = -1 - (1/125)^T (-10) = -11/65625$$

$$H_{23} = a_{23} f_2 - b_{23} c_2 = -(10)(1/125) = -11/25$$

$$H_{32} = -11/25$$

$$H_{33} = 16/25$$

$$N_{22} = P_2 + |V_2|^T G_{22} = 0/5625 + (1/125)^T \times 4 = 5/625$$

$$N_{23} = a_{23} c_2 - b_{23} f_2 = -4(1/125) = -4/5$$

$$N_{32} = -4/5$$

$$N_{33} = 7/5$$

$$J_{22} = P_2 - |V_2|^T G_{22} = 0/5625 - (1/125)^T \times 4 = -4/5$$

$$J_{23} = a_{23} c_2 - b_{23} f_2 = -(-4) \times 1/125 = 4/5$$

$$J_{rr} = 4/5$$

$$J_{rr} = -8/5$$

$$L_{rr} = Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = 1 - (1/125)^2 \times (1/125) \times (-10) = 13/656$$

$$J_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} c_r = -(10) \times (1/125) = -11/25$$

$$L_{rr} = -11/25$$

$$L_{rr} = 13/75$$

حال مقادیر ΔQ_r ، ΔP_r ، ΔQ_r و ΔQ_r را بدست آورده و متعاقب آن مقادیر $\Delta \delta_r$ ، $\Delta \delta_r$ و $\Delta |V_r|$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = 1/6 - 0/5625 = 1/0375 \text{ PU}$$

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = -2 - (-0/5) = -1/5 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{\text{sch}} - Q_r = 1 - 1/40625 = -0/40625 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{\text{sch}} - Q_r = -1 - (-1/25) = 0/25 \text{ PU}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \Delta |V_r| / |V_r| \\ \Delta |V_r| / |V_r| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/65625 & -11/25 & 5/625 & -4/5 \\ -11/25 & 16/25 & -4/5 & 7/5 \\ -4/5 & 4/5 & 13/65625 & -11/25 \\ 4/5 & -1/5 & -11/25 & 13/75 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1/0.375 \\ -1/5 \\ -0/4.625 \\ 0/25 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_r = 0/0.5044 \text{ rad} = 2/89^\circ$$

$$\Delta \delta_r = -0/0.407 \text{ rad} = -2/33^\circ$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/0.584$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/0.7227$$

و در انتها، مقدار جدید δ_r ، δ_r ، $|V_r|$ و $|V_r|$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta |V_r| = -0/0.584 \times 1/125 = -0/0.657 \text{ PU}$$

$$\Delta |V_r| = -0/0.7227 \times 1 = -0/0.7227 \text{ PU}$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 + 2/89^\circ = 2/89^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 - 2/33^\circ = -2/33^\circ$$

$$|V_r|^{(1)} = 1/125 - 0/0.657 = 1/0.593 \text{ PU}$$

$$|V_r|^{(1)} = 1 - 0/7227 = 0/92773 \text{ PU}$$

بنابر این در پایان تکرار اول ولتاژهای محاسبه شده عبارتند از:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/0.593 \angle 2/89^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 0/92773 \angle -2/33^\circ \text{ PU}$$

۱۰-۴ مقایسه روش‌های گوس - سایدل و نیوتون - رافسون

در ارزیابی و مقایسه روش‌های حل مسأله پخش بار نکات زیر را باید در نظر گرفت:

- ۱- تعداد تکرار برای حصول همگرایی
- ۲- زمان لازم برای محاسبات
- ۳- دقت جواب
- ۴- قابلیت اطمینان جهت حصول همگرایی
- ۵- سهولت برنامه‌نویسی کامپیوتر
- ۶- حافظه لازم جهت ذخیره سازی داده‌ها در کامپیوتر

روش GS به تکرارهای زیادی برای حصول همگرایی نیاز دارد و با بزرگ شدن سیستم قدرت و افزایش تعداد شین‌ها تعداد تکرارها نیز افزایش می‌یابد. همچنین انتخاب شین اصلی در تعداد تکرار برای حصول همگرایی مؤثر است. در روش NR تعداد تکرارها برای رسیدن به همگرایی بمراتب کمتر است و معمولاً بین ۳ الی ۶ تکرار می‌باشد. تعداد تکرار در این روش به اندازه سیستم^(۱) و انتخاب شین اصلی بستگی ندارد. در عوض در روش NR در هر تکرار عناصر ماتریس جاکوبین باید محاسبه شده و این ماتریس معکوس گردد که در نتیجه زمان مورد نیاز محاسبات برای هر تکرار بیشتر می‌شود. معمولاً زمان لازم برای هر تکرار روش NR بین ۵ تا ۱۰ برابر زمان مورد نیاز برای هر تکرار روش GS می‌باشد.

جوابهای بدست آمده در روش NR بسیار دقیق‌تر بوده و قابلیت اطمینان آن جهت حصول همگرایی نیز بسیار زیاد می‌باشد. روش GS از نظر سهولت برنامه‌نویسی بهتر است و در ضمن به حافظه کمتری جهت ذخیره‌سازی داده‌ها نیاز دارد. در صورتیکه برنامه‌نویسی روش NR مقداری پیچیده بوده و حافظه بیشتری برای داده‌ها و محاسبات مورد نیاز است.

در مجموع روش نیوتون - رافسون نسبت به روش گوس - سایدل برتری دارد و برای سیستم‌های قدرت بزرگ عملاً از روش NR استفاده می‌شود. تنها اشکال این روش، یعنی نیاز به حافظه زیاد در کامپیوتر، امروزه در برنامه‌های کامپیوتری با استفاده از ذخیره‌سازی متراکم در ماتریس‌های Y_{bus} و جاکوبین تا حدی قابل رفع می‌باشد.

در بسیاری از محاسبات، برای پائین آوردن زمان انجام محاسبات، می‌توان چند تکرار اول را با روش GS انجام داد و سپس نتایج حاصله را بعنوان حدس‌های اولیه برای روش نیوتون - رافسون مورد استفاده قرار داد.

۱۱-۴ روش Decoupled در حل مسأله پخش بار

سیستم‌های قدرت الکتریکی در حین کار عادی ممکن است با شرایط اضطراری از قبیل خروج واحدهای ژنراتوری، تغییر ناگهانی بار، قطع شدن خطوط مهم و غیره مواجه شوند. تأثیر اختلالات فوق‌الذکر باید در فاصله زمانی بسیار کوتاه بررسی شود و نتایج آن جهت تعیین روش مواجهه با این اختلالات مورد استفاده قرار گیرد. تشخیص بهنگام^(۱) شرایط عملکرد واقعی یک سیستم با استفاده از سیستم‌های ابزار دقیق گسترده‌ای انجام می‌شود که کار جمع‌آوری اطلاعات، تحلیل ایمنی سیستم و ارزیابی شرایط اضطراری را با استفاده از روش‌های پخش بار سریع انجام می‌دهند. برای خروج یک ژنراتور و یا تغییر بار، بردار قدرت شین‌ها اصلاح می‌شود، و برای خروج یک خط یا ترانسفورماتور، ماتریس Y_{bus} ترمیم می‌گردد. سپس با استفاده از یک پخش بار سریع، ولتاژ شین‌ها، قدرت جاری در خطوط و قدرت تولیدی ژنراتور محاسبه می‌شوند. دقت محاسبات در روش‌های سریع پخش بار در مقایسه با پخش بار عادی کمتر است، لیکن تعیین پاسخ شرایط اضطراری در چند ثانیه با خطای حدود ۵ درصد به پاسخ دقیق در زمان یک یا دو دقیقه ارجحیت دارد. حال به بررسی روش Decoupled می‌پردازیم.

چنانچه بین دو نقطه i و j از یک سیستم قدرت، راکتانس X قرار گرفته باشد، در مباحث فصل دوم و همچنین در درس بررسی سیستم‌های قدرت ۱ (خطوط انتقال) دیدیم که قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری از نقطه i بطرف نقطه j تقریباً برابرند با:

$$P_{ij} = \frac{|V_i| |V_j|}{X} \sin \delta = P_{\max} \sin \delta \quad (4-54)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X} (|V_i| - |V_j| \cos \delta) = \frac{|V_i|}{X} \Delta V \quad (4-55)$$

این روابط وابستگی قدرت اکتیو و زاویه ولتاژ از یک طرف و وابستگی قدرت راکتیو و ولتاژ را از طرف دیگر نشان می‌دهند. استقلال دو کانال $P\delta$ و QV در یک سیستم بهم پیوسته با بکار بردن تقریب‌هایی در روابط پخش بار قابل بررسی است، و برای بررسی دقیق میزان این استقلال باید محاسبه پخش بار را در توان‌های اکتیو و راکتیو مختلف انجام داد. نتایج تجربی پخش بار در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد که P و δ بمیزان زیادی بهم وابسته بوده و در یک کانال کنترل می‌شوند و تغییرات Q و $|V|$ تأثیر زیادی روی آنها ندارد. همچنین Q و $|V|$ نیز وابستگی زیادی داشته و با تغییرات P و δ چندان تغییری نمی‌کنند. در روش Decoupled با توجه به ارتباط ضعیف کانالهای $P\delta$ و QV از تأثیر این دو کانال بر یکدیگر صرف‌نظر می‌گردد. روش نیوتون - رافسون براساس رابطه زیر بنا شده‌است:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \quad (4-56)$$

این رابطه را بصورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$\Delta P = H\Delta\delta + N \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-57)$$

$$\Delta Q = J\Delta\delta + L \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-58)$$

با توجه به مستقل بودن P از $|V|$ و همچنین Q از δ داریم:

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \cong 0$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \cong 0$$

بنابر این ماتریسهای N و J نیز تقریباً برابر صفر هستند و روابط (4-56) و (4-57) به این صورت بیان می‌شوند:

$$\Delta P = H\Delta\delta \quad (4-59)$$

$$\Delta Q = L \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-60)$$

حال به جای حل معادله (۴-۵۶)، دو معادله (۴-۵۹) و (۴-۶۰) را مجزا از یکدیگر و هرکدام را از روش نیوتون - رافسون حل می‌کنیم. با این کار ضمن اینکه بطور قابل ملاحظه‌ای سرعت محاسبات افزایش می‌یابد، حجم حافظه لازم جهت ذخیره‌سازی متغیرها کاهش خواهد یافت، در عوض جوابهای بدست آمده از دقت کمتری برخوردار هستند.

مثال ۴-۴: مثال (۴-۲) را با استفاده از روش Decoupled حل کنید:

حل: با استفاده از معادلات (۴-۵۹) و (۴-۶۰) داریم:

$$\Delta P = H \Delta \delta$$

$$\begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 15/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3425 \\ -1/65 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_2 = 0/116 \text{ rad} = 6/6^\circ$$

$$\Delta \delta_3 = -0/0439 \text{ rad} = -2/5^\circ$$

$$L \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = \Delta Q$$

$$14/6 \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/4$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/0274$$

$$\Delta |V_r| = -0/0274 \times 1 = -0/0274 \text{ PU}$$

$$\delta_2^{(1)} = 0 + 6/6^\circ = 6/6^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 - 2/5^\circ = -2/5^\circ$$

$$|V_r|^{(1)} = 1 - 0/0.274 = -0/9726 \text{ PU}$$

۴-۱۲ روش Fast - Decoupled در حل مسأله پخش بار

علاوه بر آنچه در روش Decoupled ذکر شد، با افزایش تقریب محاسبات در هر تکرار، سرعت محاسبات را می‌توان افزایش داد. در این روش به علت اختلاف ناچیز در زاویه‌های ولتاژ، معادلات به صورت زیر در می‌آیند:

$$\delta_i - \delta_j \cong 0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \cong - |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = - |V_i| |V_j| B_{ij} \quad (4-61)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin \phi_{ij} - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \approx - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-62)$$

به‌همین ترتیب برای مشتقات توان راکتیو نسبت به ولتاژها داریم:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong - |V_i| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = - |V_i| B_{ij} \quad (4-63)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong - \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} - |V_i| |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

و یا:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong - |V_i| B_{ii} \quad (4-64)$$

استفاده از معادلات (۴-۶۱) تا (۴-۶۴) حجم محاسبات را برای تعیین ماتریس جاکوبین نسبتاً کم می‌کند و در نتیجه میزان قابل توجهی از حجم محاسبات کم می‌شود.

۱۳-۴ پخش بار DC^(۱)

اگر هدف از انجام پخش بار تعیین مقدار تقریبی توان اکتیو خطوط باشد، خصوصاً هنگامی که لازم باشد این مقادیر بسیار سریع تعیین شوند از روش DC استفاده می‌کنیم. در این روش بعلت کوچک بودن مؤلفه حقیقی امپدانس خطوط از آن صرف‌نظر می‌شود. در نتیجه:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j) \quad i=2,3,\dots,n \quad (4-65)$$

چون $\delta_i - \delta_j$ بسیار کوچک است لذا داریم:

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \cong \delta_i - \delta_j$$

همچنین با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شین‌ها تقریباً ۱ PU است، معادله (۴-۶۵) را می‌توان به این صورت نوشت:

$$P_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| (\delta_i - \delta_j) \quad i=2,3,\dots,n \quad (4-66)$$

در معادله اخیر P_1, P_2, \dots, P_n معلوم و $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ مجهول هستند. بنابراین $n-1$ معادله با $n-1$ مجهول در دسترس می‌باشد که با حل این معادلات، $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ بدست خواهند آمد. در اینجا با توجه به اینکه معادلات فوق خطی می‌باشند، نیازی به استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار نمی‌باشد. با بدست آمدن زاویه ولتاژ شین‌ها، توان اکتیو خطوط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{ij} = \operatorname{Re} \left[V_i \left(\frac{V_i - V_j}{R + jX} \right)^* \right]$$

از آنجائیکه $R \approx 0$ ، $V_i \approx 1 \angle \delta_i$ و $V_j \approx 1 \angle \delta_j$ هستند، خواهیم داشت:

$$P_{ij} \cong \left[\frac{1}{2} \angle \delta_i \left(\frac{1}{2} \angle \delta_i - \frac{1}{2} \angle \delta_j}{jX} \right)^* \right]$$

$$= \frac{\sin (\delta_i - \delta_j)}{X}$$

و چون $\delta_i - \delta_j \cong \sin (\delta_i - \delta_j)$ ، داریم:

$$P_{ij} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X} \quad (4-67)$$

باید دقت نمود که در معادلات (۴-۶۶) و (۴-۶۷) زوایای δ برحسب رادیان می‌باشند.

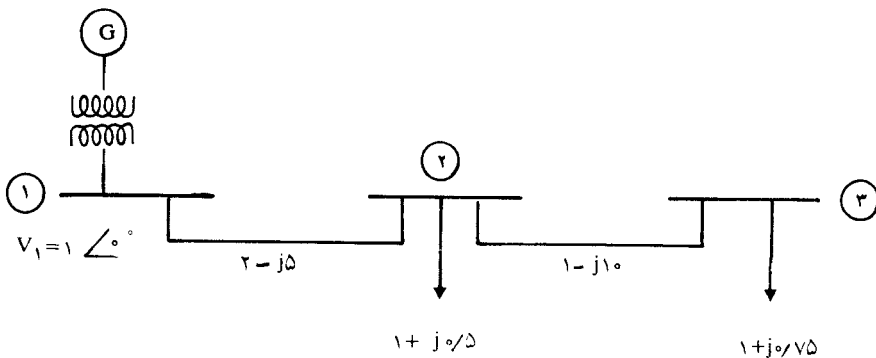
مسائل فصل چهارم

۴-۱ در مثال (۴-۱) در ادامه تکرار دوم ولتاژهای V_d و V_e را محاسبه کنید. سپس محاسبه ولتاژها را برای تکرار سوم از روش GS ادامه دهید.

۴-۲ در مثال (۴-۳) اگر $1/2\text{PU} \leq Q_r \leq 0/V_{\text{PU}}$ باشد، با دوبار تکرار از روش نیوتون - رافسون ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید. سپس قدرت جاری در خطوط انتقال را محاسبه نمایید و با بررسی توازن قدرت در هر شین درصد صحت جوابها بعد از دو تکرار را مطالعه نمایید.

۴-۳ مسأله (۴-۲) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دوبار تکرار حل کنید و نتایج را با مسأله (۴-۲) از نظر دقت جوابها مقایسه نمایید. ملاک دقت محاسبات را توازن قدرت در شین‌ها در نظر بگیرید.

۴-۴ در شکل (۴-۹) ولتاژ شین‌ها را با دوبار تکرار از روش GS بدست آورده و ΔV_{max} را در انتهای تکرار دوم محاسبه کنید. اگر از ضریب تسریع $\alpha = 1/4$ استفاده شود در پایان تکرار دوم ΔV_{max} را بدست آورده با مقدار قبلی مقایسه کنید.



شکل ۴-۹: مربوط به مسأله (۴-۴)

۴-۵ سیستم قدرت مسأله (۴-۴) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو تکرار حل کنید و δ_2 و δ_3 و $|V_2|$ و $|V_3|$ را بدست آورید. از مقاومت اهمی خطوط صرف‌نظر کنید.

۴-۶ سیستم قدرتی با ۴ شین مثال بزنید و محاسبات زیر را در مورد آن انجام دهید:

الف) با استفاده از روش Fast Decoupled ولتاژ شین‌ها و زاویه‌های ولتاژ را بدست آورید (دوبار تکرار کافی است).

ب) با استفاده از روش DC، زاویه ولتاژ شین‌ها و همچنین قدرت اکتیو خطوط را محاسبه کنید. سپس توازن قدرت در شین‌ها را بررسی کرده و میزان دقت پخش بار DC را مورد مطالعه قرار دهید.